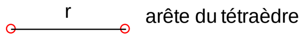
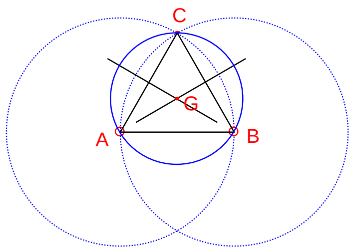
Rotation dans l'espace
Tétraèdre tournant autour de l'un de ses axes de symétrie

Simulation de la rotation d'un tétraèdre régulier autour de l'un de ses axes de symétrie

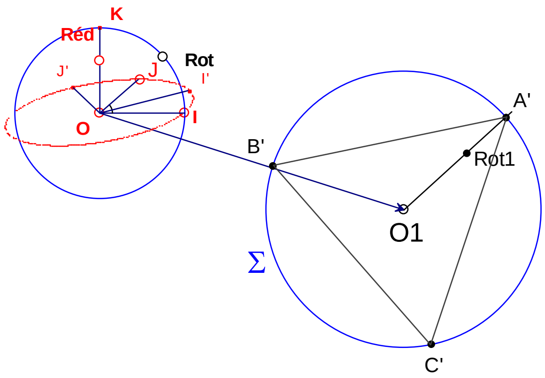
Ouvrir la figure "Trièdre en rotation", l'enregistrer sous « Tétraèdre-tournant ».
On se donne la taille de l'arête du tétraèdre par un curseur.



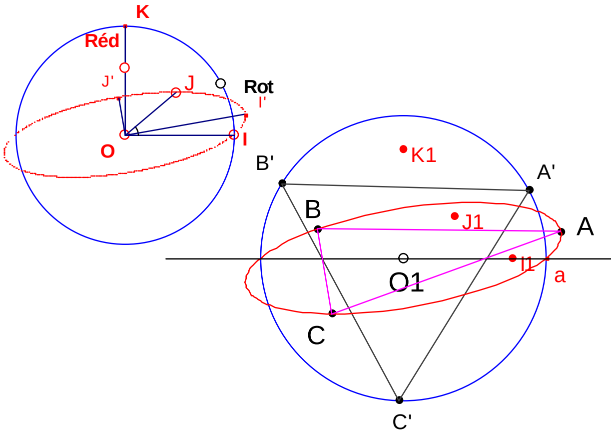
Construire un triangle équilatéral ABC d'arête donnée par le curseur et soit G son centre de gravité :
Par un point A libre, le cercle centré en A de rayon r,
par un point B de cercle, un cercle centré en B passant par A,
puis le triangle ABC, C à l'intersection des deux cercles.

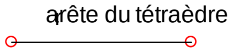


Par un point libre O_1, on construit le cercle Σcentré en O_1 et de rayon égal à AG ; puis le translaté Rot_1 du point Rot du curseur de vecteur $\overrightarrow{OO_1}$ et A', intersection de la demi-droite $[O_1,Rot_1)$ du cercle Σ ; enfin le triangle A'B'C' avec l'outil polygone régulier. Lorsque Rot tourne dans le curseur, le triangle A'B'C' tourne dans le cercle Σ : en fait il représente notre tétraèdre tournant vu de dessus, le quatrième sommet D étant confondu avec O_1.

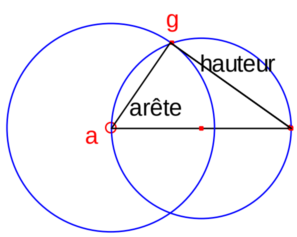


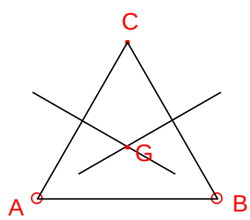
On translate I, J, K en I_1, J_1 et K_1 de vecteurs $\overrightarrow{OO_1}$. Soit la droite (O_1I_1) qui sera l'axe de l'affinité f qui envoie K_1 sur J_1 ; avec la macro « affinité-point », on construit A, B et C respectivement image par l'affinité f. Lorsque Rot tourne sur le curseur, le triangle ABC, représentant le triangle A'B'C' en PC, tourne autour de l'axe vertical (O_1K_1).





Il reste à construire sur la droite (O_1K_1) le quatrième sommet D du tétraèdre.
Pour cela il nous faut la longueur GD.
Sur une figure annexe on construit l'arête [a,d] de longueur r (avec l'outil compas et un point a libre et d sur le cercle), puis le cercle de Thalès du segment [a,d] et enfin le cercle centré en a de rayon égal à AG (de la première figure).
La longueur GD recherchée est donc GD = gd.

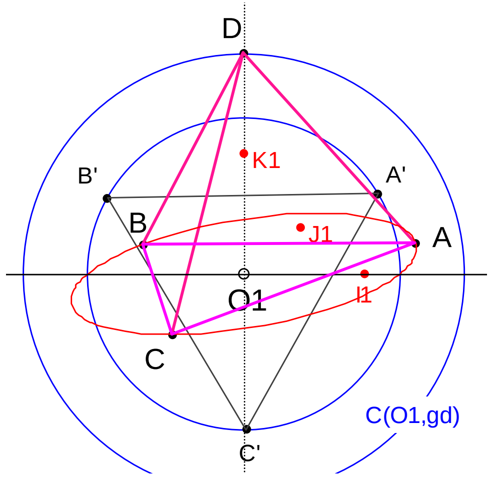




On reporte sur la droite (O_1K_1) avec le compas la distance gd et on obtient le point D tel que O_1D = gd.
On termine en construisant tous les segments-arête.

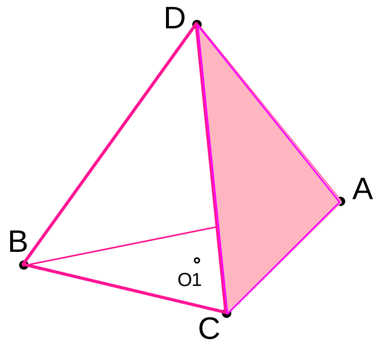
Lorsque le bouton Rot tourne sur le curseur annexe, le tétraèdre en PC ABCD tourne autour de l'axe (O_1D).

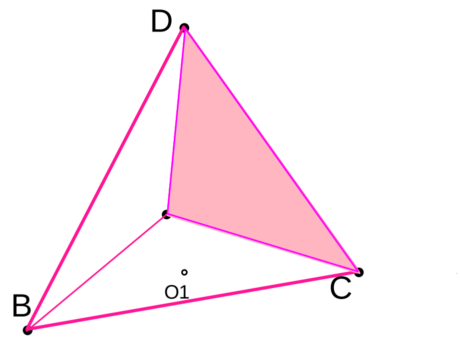
Il serait intéressant de faire apparaître les arêtes visibles en traits gras et les arêtes invisibles en traits fins, ou les faces visibles en couleurs et de rendre invisibles les faces cachées. Il faut bien sûr utiliser des macros logiques...mais comment.



Voici un truc génial inventé par Geneviève Tulloue et présenté sur son fabuleux site internet sur cette page : http://gtulloue.free.fr/Cabri3D/polyedres/cube.html

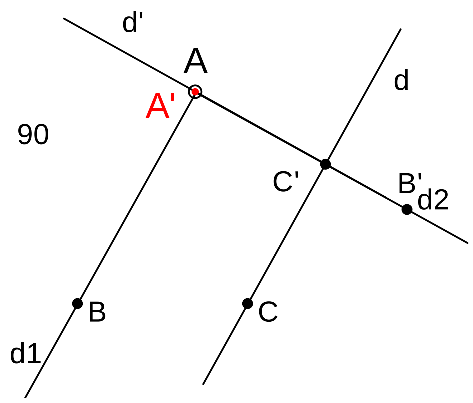
Elle fait remarquer que lorsque la face ADC triangulaire est visible, les points A, D et C sont dans le sens trigonométrique (dans le sens contraire des aiguilles d'une montre), par contre lorsque cette face est cachée, ces points sont dans le sens contraire.





D'où l'idée de construire une macro qui place un point sous un point particulier si et seulement si les trois sommets se lisent dans le sens trigonométrique lorsque la face est visible et dans le sens contraire lorsque la face est cachée :

Soit 3 points A, B, C ; traçons la demi-droite d_1 = [A,B) et créons le nombre 90. Construisons d_2 , par rotation de d_1 autour de A de 90° ; depuis C, traçons la perpendiculaire d à d_2 , et C' leur point d'intersection.
C' n'existe que si (A, B, C) est directe (se lit dans le sens trigonométrique). Depuis C', menons la perpendiculaire d' à la demi-droite d_1 qu'elle coupe en A'.



A' est situé sous A, et détermine l'existence de la face visible. La macro a pour objets initiaux A, B, C et le nombre 90 et pour objet final : le point A'.

Il nous reste à appliquer cette macro autant de fois que nécessaire sur notre tétraèdre tournant...