Pour que cette résolution puisse être abordée dans des conditions optimales par mon public, j'ai mis en place ce que je pourrais appeler une mini instrumentalisation, c'est à dire une prise en main du logiciel Cabri qui fixe en moins d'une heure les schèmes d'utilisations les plus pertinents que je voulais voir apparaître au cours de la résolution de la boîte noire (comment et dans quels contextes utiliser les outils ″ trace ″, ″ lieu ″, ″ redéfinition ″ ...). Au cours de cette prise en main faite de manière monstrative, j'ai présenté une transposition possible de la découverte de la propriété de Pythagore (partie 1) et la façon de simuler une promenade aléatoire (partie 2) où la démarche expérimentale est présentée de façon isomorphe à la démarche expérimentale en physique du moins dans sa formalisation.

1.2 *La propriété caractéristique de Pythagore.*

1.2.1 Présentation du montage.

Le montage est ici donné par un fichier *Cabri* qui a été conçu par moi et qui fonctionne ainsi : Un point M libre pilote le point A sommet du triangle ABC. Le résultat du calcul de BC^2 - AB^2 -AC^2 est affiché. Quand on tire le point M, on voit se superposer à A un point A_p bleu si le résultat précédent est positif et un point A_n rouge si ce résultat est négatif. Ce qui se passe sur la partie supérieure de l'écran n'a pas nécessairement à être décrit pour comprendre l'expérimentation qui va être faite à partir de ce montage. Cela permettra par la suite d'expliquer comment ce montage spécial a été effectivement réalisé (on verra que la conception de ce montage dépend des connaissances de celui qui le réalise : connaissances à la fois au niveau du logiciel et au niveau mathématique). On peut simplement constater qu'un point P bleu apparaît sur une demi-droite bleue simultanément à l'apparition de A_p et qu'un point rouge N apparaît sur une demi-droite bleue simultanément à l'apparition de A_n comme on peut le constater sur les deux copies d'écrans qui suivent :

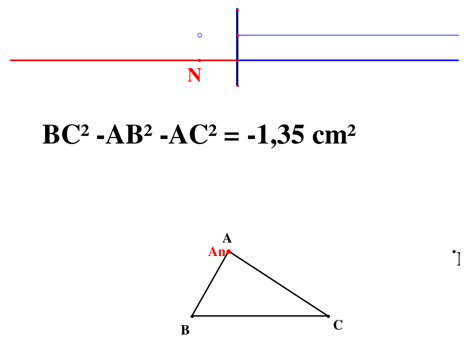

figure 1

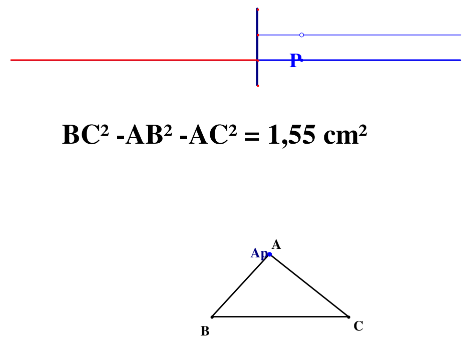

figure 2

1.2.2 Protocole expérimental.

Les manipulations que l'on demande d'effectuer avec ce montage sont les suivantes :
Activer la trace du point rouge A_n. Faire de même avec A_p après évidemment avoir tiré sur M pour faire apparaître A_p. Faire balayer à M le maximum de points de l'écran afin que A en fasse autant avec comme seul objectif de repérer la zone ou les zones de changements de couleurs obtenus par la fonction trace.

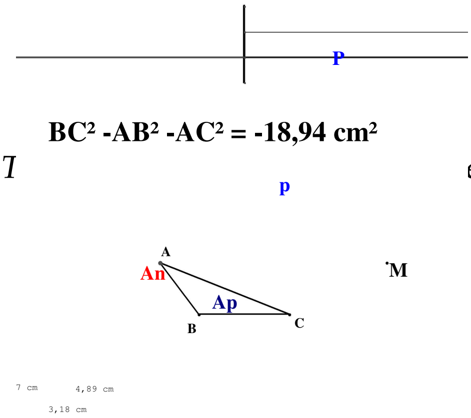

figure 3

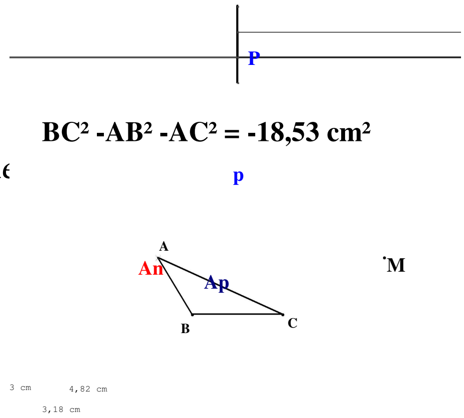

figure 4

On obtient ainsi un ensemble de données graphiques qu'il faudra traiter dans l'étape suivante.

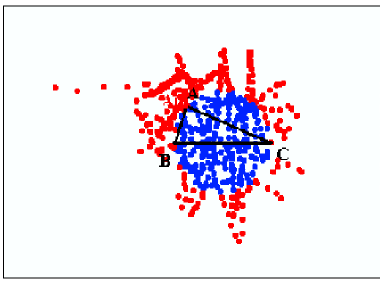

figure 5

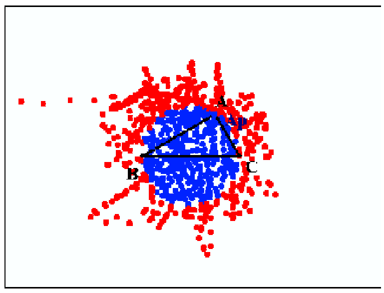

figure 6

1.2.3 Traitement inductif des données.

La valeur monstrative de cette expérimentation est flagrante. En effet la seule visualisation du résultat des zones colorées en rouge et bleu constitue l'essentiel du traitement des données collectées. La conjecture qui arrive nécessairement est que :

Les points du plan vérifiant

BC^2 - AB^2 -$AC^2 > 0$	est	l'intérieur du disque de diamètre BC	C_1
BC^2 - AB^2 -$AC^2 < 0$	est	l'extérieur du disque de diamètre BC	C_2
BC^2 - AB^2 -$AC^2 = 0$	est	le cercle de diamètre BC	C_3

Remarque : toutes les fois que cette expérience a été réalisée, notons que la dernière conjecture arrive tout naturellement comme une application d'un théorème en acte très souvent utilisées en Collège et en Lycée : le théorème des valeurs intermédiaires. Notons d'autre part que l'objectif monstratif, comme dans l'expérimental en sciences physiques, n'est pas seulement, "donner à voir" mais "faire adhérer le plus vite possible à la loi mise en évidence".

1.2.4 Validation dans le micromonde Cabri.

Pour augmenter la plausibilité de cette conjecture, on est amener à monter une autre expérience qu'on nomme expérience de validation mais qui n'est autre que la vérification d'une condition nécessaire impliquée par la véracité du résultat conjecturée.

- **Analyse théorique :**
  Si la conjecture C_3 est vraie, alors tous les points A du cercle de diamètre BC vérifient dans l'environnement Cabri BC^2 - AB^2 -$AC^2 = 0\ldots$
- **Validation expérimentale**
  - **Montage :** on reprend le montage précédent qu'on modifie comme suit ; on trace le segment BC puis le cercle de diamètre BC. On redéfinit le point A comme point de ce cercle.
  - **Protocole expérimental :** on tire le point A le long de ce cercle et on s'intéresse à l'affichage du résultat de BC^2 - AB^2 -AC^2.

– **Traitement des données :**

L'expérience réalisée conduit à remarquer qu'après la redéfinition le résultat affiché est $0,00$ et qu'ensuite le déplacement de A ne modifie pas l'affichage du résultat. On peut même demander l'affichage de ce résultat avec le maximum de décimales permises par Cabri et on obtient la confirmation de la conjecture avec la précision permise par les calculs de Cabri. Ce que j'appelle une validation dans le micromonde Cabri.

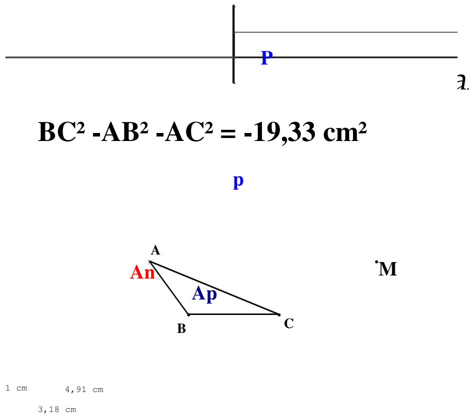

figure 7

1.2.5 Compléments sur le montage expérimental utilisé.

Voici le détail des constructions réalisées pour obtenir les points conditionnels A_n et A_p. On construit une demi-droite [ou) puis une droite parallèle à cette demi-droite passant par O. On crée les deux demi-droites d'origine O portées par la dernière droite tracée ; celle située à droite sera bleue, celle de gauche sera rouge. Le point R est le point obtenu par report de la mesure BC^2 - AB^2 -AC^2 sur la demi-droite d'origine o (il peut éventuellement être situé à gauche de o si le résultat reporté est négatif) P est le projeté orthogonal de R sur la demi-droite bleue et N (P existe quand le résultat est positif) est le projeté orthogonal de R sur la demi-droite rouge (N existe quand le résultat est négatif).

Le point p est le milieu de [AP] ; A_p est défini comme le symétrique de P par rapport à p ; ce point quand il existe est donc superposé à A.

Le point n est le milieu de [AN] ; A_n est défini comme le symétrique de N par rapport à n ; ce point quand il existe est donc superposé à A..

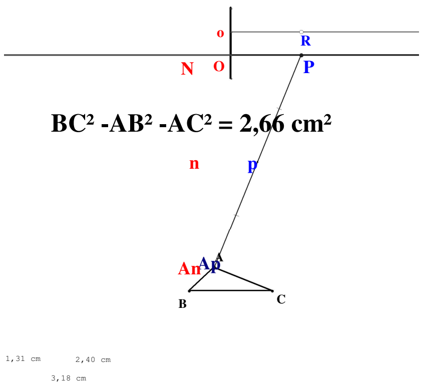

figure 8

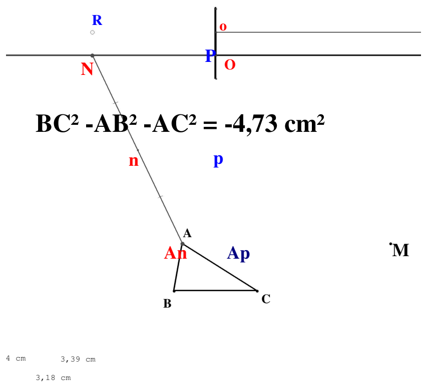

figure 9

1.2.6 Conclusion.

Faire découvrir le plus vite possible la propriété attendue, c'est à dire se livrer à une monstration au sens de Joshua est possible grâce à la subtilité des constructions des investigations et des manipulations proposées. Or tous ces paramètres dépendent de l'expertise de celui qui monte l'expérience : je veux dire ici à la fois les connaissances mathématiques et les compétences dans