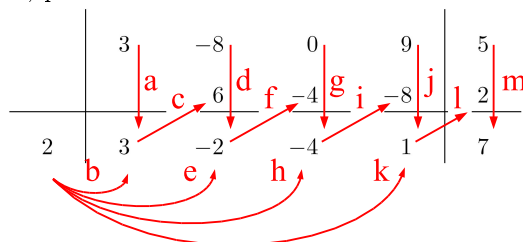


2. On reporte sur la ligne du bas le première coefficient : 3 (voir dans la figure ci-dessous).
3. Le deuxième coefficient de la ligne du bas est obtenu en calculant : $2 \cdot 3 = 6$, puis $-8 + 6 = -2$.
4. 3ème et 4ème coefficient du quotient : idem.
5. Reste : $2 \cdot 1 = 2$, puis $5 + 2 = 7$.



On en déduit que $P(x) = (x - 2)(3x^3 - 2x^2 - 4x + 1) + 7$

7.5 Identités remarquables

Une égalité qui n'est vérifiée que pour certaines valeurs attribuées à la variable est une équation, tandis qu'une égalité qui est vérifiée pour n'importe quelle valeur attribuée à la variable est une *identité*.

Les identités suivantes sont appelées identités remarquables :

$(a + b)^2$	$=$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2$	$=$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b + c)^2$	$=$	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$
$(a + b)^3$	$=$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
$(a - b)^3$	$=$	$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
$a^2 - b^2$	$=$	$(a + b)(a - b)$
$a^3 + b^3$	$=$	$(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3$	$=$	$(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ces identités sont vérifiées quelles que soient les valeurs réelles attribuées à a et b , mais aussi si on les remplace par des monômes. Il est nécessaire de les apprendre par cœur pour la suite du cours. Il est aussi nécessaire d'en apprendre certaines "à l'envers" :

$$\begin{aligned}
 a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\
 a^2 - 2ab + b^2 &= (a - b)^2 \\
 a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc &= (a + b + c)^2 \\
 a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 &= (a + b)^3 \\
 a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 &= (a - b)^3 \\
 (a + b)(a - b) &= a^2 - b^2
 \end{aligned}$$

Exercice 10

Utiliser les identités remarquables pour effectuer les opérations suivantes :

- | | | |
|--|---------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $(x + 2)^2$ | 11. $\left(\frac{1}{6}x + 3\right)^2$ | 21. 19^2 |
| 2. $(x - 5)^2$ | 12. $(x - 5)^3$ | 22. $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$ |
| 3. $(2x + 3)^2$ | 13. $(2x + 3)^3$ | 23. $(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ |
| 4. $(3x^2 + 6x)^2$ | 14. $(x + 3)(x - 3)$ | 24. $(x^2 + x - 1)^2$ |
| 5. $(3x - 2)^2$ | 15. $(4x - 7)(4x + 7)$ | 25. $18 \cdot 22$ |
| 6. $(-2x - 5)^2$ | 16. $(x^2 + 2x + 3)^2$ | 26. $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ |
| 7. $(2x^2 + 1)^2$ | 17. $29 \cdot 31$ | 27. 41^2 |
| 8. $(ax^3 + b)^2$ | 18. $(3x^2 - 2)^3$ | 28. $(-2x - 3)(2x - 3)$ |
| 9. $\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right)^2$ | 19. $(2x^2 - 3x - 2)^2$ | 29. $(x^2 + x - 2)(x^2 + x + 2)$ |
| 10. $\left(\frac{1}{3}x + 2x^2\right)^2$ | 20. $(3x^2 - x)(3x^2 + x)$ | |

Exercice 11

Factoriser à l'aide de mises en évidence et d'identités remarquables.

- | | |
|-----------------------------------|--|
| 1. $x^3 - 27$ | 18. $x^4 - 16$ |
| 2. $7a^2x^4 - 14a^2x^2 - 7a^3x$ | 19. $5ax^3 - 5a^3x$ |
| 3. $12a^2x^3 - 30a^3x^2 + 18ax^4$ | 20. $x^3 - 1$ |
| 4. $1 - 4x + 4x^2$ | 21. $x^3 + 8$ |
| 5. $x^2 - 9$ | 22. $125x^3 + 64$ |
| 6. $4x^2 - 4x + 1$ | 23. $x^6 - 1$ |
| 7. $32x^2 - 2$ | 24. $2x^3 - 8x$ |
| 8. $a^2x^2 - 81x^2$ | 25. $\frac{x^2}{16} - \frac{3x}{2} + 9$ |
| 9. $8x^n + 4x^{2n}$ | 26. $12x^9 + 8x^5 + \frac{4}{3}x$ |
| 10. $x^2 + 10x + 25$ | 27. $x^6 + 6x^3 + 9$ |
| 11. $x^2 - 6x + 9$ | 28. $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$ |
| 12. $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ | 29. $3x^3 + 81$ |
| 13. $x^2 - x + \frac{1}{4}$ | 30. $16 - (x + 2)^2$ |
| 14. $4x^2 + 2x + \frac{1}{4}$ | 31. $3x^2 - 18x + 27$ |
| 15. $x^4 - 14x^2 + 49$ | 32. $x^6 - 6x^4 + 12x^2 - 8$ |
| 16. $x^{2m} + 2x^m + 1$ | 33. $7x^{m+3} + 14x^m + 21x^{m-3}$ |
| 17. $25x^2 - 36y^2$ | 34. $(x-1)(x^2-4) - (x-1)(x-2) + 5(x-1)$ |

Démontrer les égalités suivantes.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ (a+b)(a-b) &= a^2 - b^2 \\ (a+b+c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \\ (a+b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a-b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ (a+b)(a^2-ab+b^2) &= a^3 + b^3 \\ (a-b)(a^2+ab+b^2) &= a^3 - b^3\end{aligned}$$

58 Développer à l'aide des formules.

1)	$(x+2)^2 =$	2)	$(1-x)^2 =$	3)	$(3-x)^2 =$
4)	$(4+x)(4-x) =$	5)	$(20+1)(20-1) =$	6)	$21 \cdot 19 =$
7)	$31 \cdot 29 =$	8)	$59 \cdot 61 =$	9)	$99 \cdot 101 =$
10)	$(100-1)^2 =$	11)	$101^2 =$	12)	$102^2 =$
13)	$(\frac{1}{2}x+2)^2 =$	14)	$(4x-4)^2 =$	15)	$(-x+3)^2 =$
16)	$(-2x+3)^2 =$	17)	$(-2x-2)^2 =$	18)	$(7x+12)^2 =$
19)	$(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}x)^2 =$	20)	$(\frac{1}{4}x+2)^2 =$	21)	$(x^2+x)^2 =$
22)	$(x^2-2x)^2 =$	23)	$(3x^3+y^2)^2 =$	24)	$(x^3+3y^2)^2 =$
25)	$(x+3+a)^2 =$	26)	$(x+1-b)^2 =$	27)	$(a-b+c)^2 =$
28)	$(x-y-z)^2 =$	29)	$(2x+1+3b)^2 =$	30)	$(-x+3+4b)^2 =$
31)	$(2a+b+c)^2 =$	32)	$(2x+5)(2x-5) =$	33)	$52 \cdot 28 =$
34)	$(2-x)^3 =$	35)	$(2+3x)^3 =$	36)	$(-8x^2+1)(-8x^2-1) =$
37)	$(x+1)^3 =$	38)	$(3x+1)^3 =$	39)	$(-3x^3+1)(3x^3+1) =$
40)	$(3x^3-3)^3 =$	41)	$(100+1)^3 =$	42)	$99^3 =$
43)	$98^3 =$	44)	$102^3 =$	45)	$(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2})^3 =$
46)	$(x^2-2x)^3 =$	47)	$(a+(b+c))^3 =$	48)	$(x+3)(x^2-3x+9) =$
49)	$(7-8x)^2 =$	50)	$(a+b-c)^3 =$	51)	$(3x-4)(9x^2+12x+16) =$
52)	$(x^2-2)(x^2+2) =$	53)	$(x^3-1)^2 =$	54)	$(\frac{1}{2}-2x)(\frac{1}{4}x+4x^2) =$
55)	$-(3-x)^2 =$	56)	$(-x-1)(x^2-x+1) =$	57)	$(2x+\frac{1}{3})(4x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}) =$
58)	$-(4-x)^3 =$	59)	$(x^3-y^3)(x^3+y^3) =$	60)	$(x^2-5x+25)(x+5) =$
61)	$(x^3-3)^3 =$	62)	$(a+b^2-c^3)^2 =$	63)	$(2-x)(4+2x+x^2) =$

Exercice 1 Factoriser à l'aide de mises en évidence et d'identités remarquables :

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) $x^n - 3x^{2n}$ | 2) $x^4 - 18x^2 + 81$ |
| 3) $8 - 12x + 6x^2 - x^3$ | 4) $3x^2 - 27$ |
| 5) $2x^{m+n} - 4x^{2n} + 6x^n$ | 6) $(x - 2)^2 - (3x - 4)^2$ |
| 7) $x^6 + 6x^3 + 9$ | 8) $x^{18} - x^{12}$ |
| 9) $5x^2 + 10xy + 5y^2$ | 10) $x^4 - 16$ |
| 11) $3x^3 - 9x^2 + 9x - 3$ | 12) $3x^3 + 81$ |
| 13) $x^3 - 27x^2 + 9x - 27$ | 14) $16x^n - 4x^{3n}$ |

Exercice 2 1) $x^n(1 - 3x^n)$

- | | |
|---------------------------|---|
| 3) $(2 - x)^3$ | 2) $(x - 3)^2(x + 3)^2$ |
| 5) $2x^n(x^m - 2x^n + 3)$ | 4) $3(x + 3)(x - 3)$ |
| 7) $(x^3 + 3)^2$ | 6) $4(2x - 3)(-x + 1)$ |
| 9) $5(x + y)^2$ | 8) $x^{12}(x - 1)(x + 1)(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$ |
| 11) $3(x - 1)^3$ | 10) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ |
| 13) $(x - 3)^3$ | 12) $3(x + 3)(x^2 - 3x + 9)$ |
| | 14) $4x^n(2 - x^n)(2 + x^n)$ |