

Interrogation de mathématique - 6

(Algèbre – chapitre 2)

1) Résoudre les équations trinômes suivantes :

a) $\sqrt{5}x^2 - 7x + 3\sqrt{5} = 0$

c) $15x^2 - 34x + 15 = 0$

b) $8x^2 - 16x - 72 = 0$

d) $-5x^2 - 3x = -4$

2) Résoudre les inéquations suivantes :

a) $x^2 - x < 12$

c) $-4x^2 - 4x - 1 < 0$

b) $\frac{1-x^2}{(x+1)^2} \geq 0$

d) $\frac{1-x^2}{(x+1)^2} \geq 1$

1) a) $\sqrt{5}x^2 - 7x + 3\sqrt{5} = 0$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \Delta &= (-7)^2 - 4 \cdot \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} \\ &= 49 - 12 \cdot 5 \\ &= 49 - 60 = -11 < 0 \end{aligned}$$

et $x \in \emptyset$

$$\begin{cases} m+n = -7 \\ m \cdot n = \sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = ? \\ n = ? \end{cases}$$

b) $8x^2 - 16x - 72 = 0$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 8(x^2 - 2x - 9) = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} : 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 9 = 0$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \Delta &= (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-9) \\ &= 4 + 36 = 40 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et } x &= \frac{2 \pm \sqrt{40}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{2} \\ &= \frac{2(1 \pm \sqrt{10})}{2} = 1 \pm \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x \in \{1 + \sqrt{10}; 1 - \sqrt{10}\}$$

$$\begin{cases} m+n = -2 \\ m \cdot n = -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = ? \\ n = ? \end{cases}$$

c) $15x^2 - 34x + 15 = 0$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow 15x^2 - 9x - 25x + 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(5x-3) - 5(5x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5x-3) \cdot (3x-5) = 0$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{3}{5}; \frac{5}{3} \right\}$$

$$\begin{cases} m+n = -34 \\ m \cdot n = 15 \cdot 15 = 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \cdot 3 = -9 \\ n = -5 \cdot 5 = -25 \end{cases}$$

d) $-5x^2 - 3x = -4$ et $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -5x^2 - 3x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-4)$$

$$= 9 + 80 = 89 \quad \text{et } x = \frac{-3 \pm \sqrt{89}}{10}$$

$$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{-3 + \sqrt{89}}{10}; \frac{-3 - \sqrt{89}}{10} \right\}$$

$$\begin{cases} m+n = +3 \\ m \cdot n = -20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = ? \\ n = ? \end{cases}$$

$$2) \quad a) \quad x^2 - x < 12 \text{ et } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 12 < 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)(x+3) < 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-3; 4[$$

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
$x-4$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$
P	$+$	0	0	$+$

$$b) \quad \frac{1-x^2}{|x+1|^2} \geq 0 \text{ et } x \in \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\Leftrightarrow 1-x^2 \geq 0 \quad (\text{car } (x+1)^2 > 0)$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-1; +1]$$

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
x^2-1	$+$	0	0	$+$

$$c) \quad -4x^2 - 4x - 1 < 0 \text{ et } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

$$d) \quad \frac{1-x^2}{|x+1|^2} \geq 1 \text{ et } x \in \mathbb{R} - \{-1\}$$

$$\Leftrightarrow 1-x^2 \geq |x+1|^2$$

$$\Leftrightarrow 1-x^2 \geq x^2 + 2x + 1$$

$$\Leftrightarrow 0 \geq 2x^2 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 2x(x+1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x \in]-1; 0]$$

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$x(x+1)$	$+$	0	0	$+$