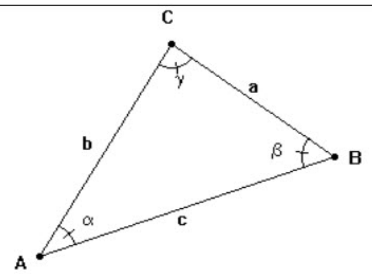
Exercices de mathématique

(Trigonométrie du triangle rectangle)

Un triangle ΔABC étant donné, on notera les longueurs des côtés : $a = \delta(B,C) = BC$, $b = \delta(A,C) = AC$ et $c = \delta(A,B) = AB$

et les angles $\sphericalangle CAB = \sphericalangle\ \alpha$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \alpha) = \alpha$,
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle\ \beta$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \beta) = \beta$ et
$\sphericalangle BCA = \sphericalangle\ \gamma$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \gamma) = \gamma$.



1) Soit un triangle ΔABC et $H = p_\perp(B) \in (AC)$ et $H \in [A,C]$.
On donne $\delta(A,H) = AH = 7$, $\alpha = 35°$ et $\gamma = 18°$.
Calculer $c = AB$, $h = BH$, $b = AC$, $a = BC$ et β .

1) Données : $\begin{cases} * \text{ un triangle } \Delta ABC,\ H = p_\perp(B) \in (AC) \text{ et } H \in [A,C] \\ * \ \delta(A,H) = AH = 7,\ \alpha = 35°,\ \gamma = 18° \\ * \text{ Calculer } c = AB,\ h = BH,\ b = AC,\ a = BC \text{ et } \beta \end{cases}$

Résolution : * dans le triangle ΔAHB, rectangle en H

on a : $\cos(\alpha) = \dfrac{AH}{AB} \Leftrightarrow AB = \dfrac{AH}{\cos(\alpha)}$

- application numérique : $AB = \dfrac{7}{\cos(35°)} \simeq 8,54$

et $\tan(\alpha) = \dfrac{BH}{AH} \Leftrightarrow BH = AH \cdot \tan(\alpha)$

- a.n. : $BH = 7 \cdot \tan(35°) \cong 4,90$

* dans le triangle ΔCHB, rect. en H

on a : $\tan(\gamma) = \dfrac{BH}{HC} \Leftrightarrow HC = \dfrac{BH}{\tan(\gamma)}$

d'où $b = AC = AH + HC = AH + \dfrac{BH}{\tan(\gamma)} = AH + \dfrac{AH \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\gamma)}$

- a.n. $b = 7 + 7 \cdot \dfrac{\tan(35°)}{\tan(18°)} \simeq 22,09$

de plus : $\sin(\gamma) = \dfrac{BH}{BC} \Leftrightarrow BC = \dfrac{BH}{\sin(\gamma)} = \dfrac{AH \cdot \tan(\alpha)}{\sin(\gamma)}$

- a.n. : $a = BC = \dfrac{7 \cdot \tan(35°)}{\sin(18°)} \simeq 15,86$

* dans le triangle ΔABC : $\alpha + \beta + \gamma = 180°$
$\Leftrightarrow \beta = 180° - (\alpha + \gamma)$

- a. n. : $\beta = 180° - (35° + 18°) = 127°$