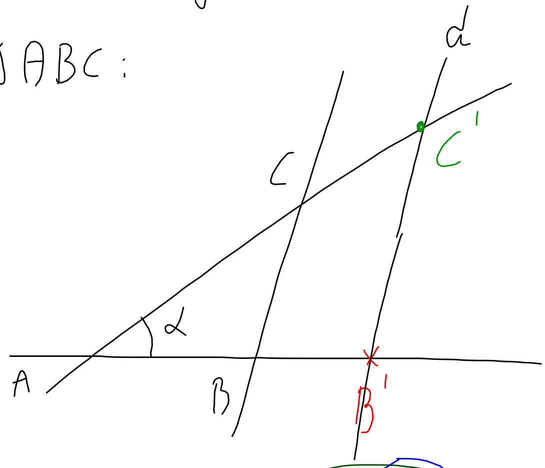
* La trigonométrie du triangle rectangle :

* Soit un triangle ΔABC :



et $B' \in (AB)$

et $d \ni B'$

et $d \parallel (BC)$

et $C' \in d \cap (AC)$

donc, par Thalès, on a : $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{AC}{AC'}$

$\Leftrightarrow \dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{BC}{B'C'}$ et $\dfrac{BC}{B'C'} = \dfrac{AC}{AC'}$ et $\dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'}$

$\Leftrightarrow \boxed{\dfrac{B'C'}{AB'} = \dfrac{BC}{AB}}$ (a) et $\boxed{\dfrac{BC}{AC} = \dfrac{B'C'}{AC'}}$ (b) et $\boxed{\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AB'}{AC'}}$ (c)

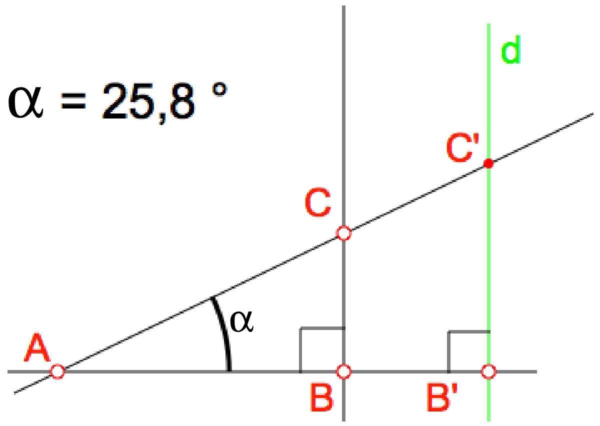
Soit $\measuredangle \alpha = \measuredangle CAB = \measuredangle C'AB'$

Si le triangle ΔABC est rectangle en B :

a) $\tan(\alpha) = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{B'C'}{AB'} = \left(\dfrac{opp}{adj}\right)$ (tangente) tanoppadj

b) $\sin(\alpha) = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{B'C'}{AC'} = \left(\dfrac{opp}{hyp}\right)$ (sinus) sinopphyp

c) $\cos(\alpha) = \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AB'}{AC'} = \left(\dfrac{adj}{hyp}\right)$ (cosinus) cosadjhyp



a) $\tan(\alpha) = \frac{BC}{AB} = \frac{B'C'}{AB'} = \left(\frac{opp}{adj}\right)$ tanoppadj

(tangente)

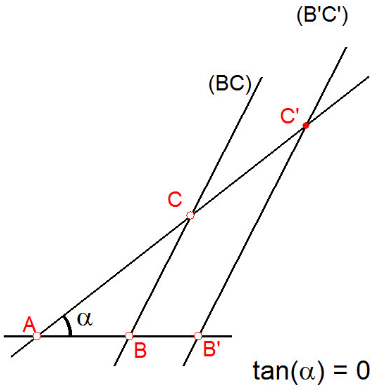
b) $\sin(\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{B'C'}{AC'}$ $\left(\frac{opp}{hyp}\right)$ sin opp hyp

(sinus)

c) $\cos(\alpha) = \frac{AB}{AC} = \frac{AB'}{AC'}$ $\left(\frac{adj}{hyp}\right)$ cosadjhyp

(cosinus)

AB = 2,79 cm AC = 5,91 cm BC = 4,10 cm
AB' = 4,87 cm AC' = 10,34 cm B'C' = 7,17 cm



$\boxed{\text{Thalès car (BC) // (B'C')}}$

AB/AB' = AC/AC' = BC/B'C' = 0,57

AC/AC' = BC/B'C' = 0,57

BC/AC = 0,69

B'C'/AC' = 0,69

AB/AB' = AC/AC' = 0,57

AB/AC = 0,47

AB'/AC' = 0,47

AB/AB' = BC/B'C' = 0,57

BC/AB = 1,47

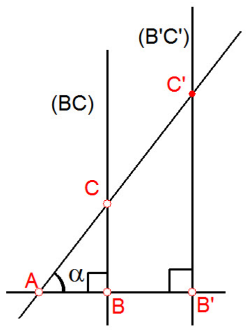
B'C'/AB' = 1,47

α = 38,2 °

tan(α) = 0,79

sin(α) = 0,62

cos(α) = 0,79



$\alpha = 52{,}3\ °$

AB = 2,09 cm	AC = 3,41 cm	BC = 2,70 cm
AB' = 4,68 cm	AC' = 7,66 cm	B'C' = 6,07 cm

Thalès car (BC) // (B'C')

AB/AB' = AC/AC' = BC/B'C' = 0,57

AC/AC' = BC/B'C' = 0,45

BC/AC = 0,79

B'C'/AC' = 0,79

$\sin(\alpha) = 0{,}79$

AB/AB' = AC/AC' = 0,57

AB/AC = 0,61

AB'/AC' = 0,61

$\cos(\alpha) = 0{,}61$

AB/AB' = BC/B'C' = 0,57

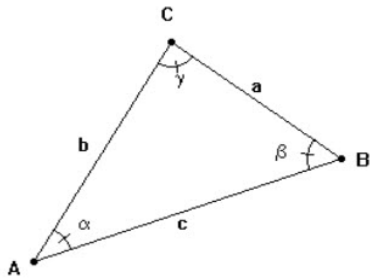
BC/AB = 1,30

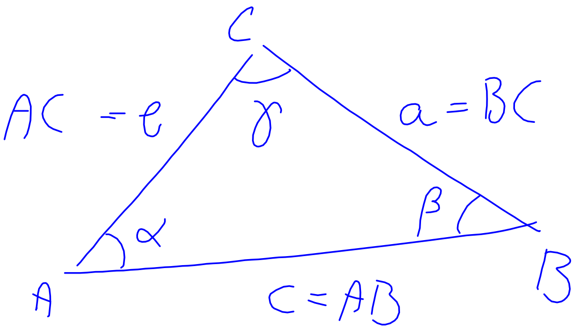
B'C'/AB' = 1,30

$\tan(\alpha) = 1{,}30$

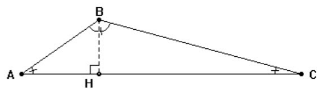
Un triangle ΔABC étant donné, on notera les longueurs des côtés : $a = \delta(B,C) = BC$, $b = \delta(A,C) = AC$ et $c = \delta(A,B) = AB$

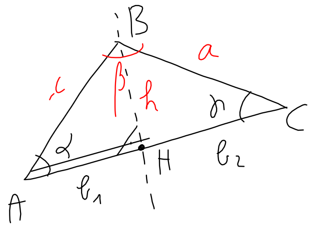
et les angles $\sphericalangle CAB = \sphericalangle\ \alpha$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \alpha) = \alpha$,
$\sphericalangle ABC = \sphericalangle\ \beta$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \beta) = \beta$ et
$\sphericalangle BCA = \sphericalangle\ \gamma$ et $\mu_d(\sphericalangle\ \gamma) = \gamma$.





1) Soit un triangle ΔABC et $H = p_\perp(B) \in (AC)$ et $H \in [A,C]$.
On donne $\delta(A,H) = AH = 7$, $\alpha = 35°$ et $\gamma = 18°$.
Calculer $c = AB$, $h = BH$, $b = AC$, $a = BC$ et β .





Données :
- ΔABC quelconque
- $H = p_\perp(B) \in (AC)$
- $AH = b_1 = 7$
- $\alpha = 35°$, $\gamma = 18°$ (et $\sphericalangle \alpha = \sphericalangle BAC$ et $\sphericalangle \gamma = \sphericalangle ACB$)
- Calculer $AB = c$, $BH = h$, $b = AC$ et β

Résolution : On a : ds le ΔAHB, rectangle en H

$$\sin(\alpha) = \frac{BH}{AB} = \frac{h}{c} \Rightarrow \sin(35°) = \frac{h}{c} \ ?$$

$$\cos(\alpha) = \frac{AH}{AB} = \frac{b_1}{c} \Rightarrow \cos(35°) = \frac{7}{c} \Leftrightarrow c = \frac{7}{\cos(35°)} \simeq 8,55$$

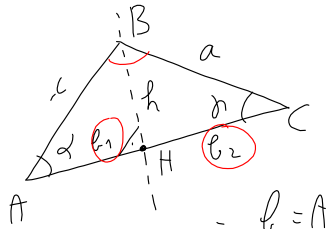
$$\tan(\alpha) = \frac{BH}{AH} = \frac{h}{b_1} \Rightarrow h = b_1 \cdot \tan(\alpha) = 7 \cdot \tan(35°) \simeq 4,90$$

de même, dans le ΔCHB :

$$\sin(\gamma) = \frac{BH}{BC} = \frac{h}{a} \Rightarrow$$

$$\cos(\gamma) = \frac{CH}{BC} = \frac{b_2}{a} \Rightarrow$$

$$*\tan(\gamma) = \frac{BH}{CH} = \frac{h}{b_2} \Rightarrow$$



où $b_1 = AH$
$b_2 = CH$

Calculer de $b = AC$:

On a : $b = AC = AH + HC = b_1 + b_2$ avec $b_1 = 7$

Calculons b_2 : avec $\tan(\gamma) = \dfrac{h}{b_2}$

$$\Leftrightarrow \quad b_2 = \frac{h}{\tan(\gamma)}$$

d'où $b_2 = \dfrac{7 \cdot \tan(35°)}{\tan(18°)} \simeq 15,09$

On a : $b = b_1 + b_2$ = 7 + 15,09 = 22,09 de plus : $\sin(\gamma) = \frac{BH}{BC} = \frac{h}{a} \Longleftrightarrow a = \frac{h}{\sin(\gamma)}$

d'où : a = $\frac{h}{\sin(\gamma)} = \frac{b_1 \cdot \tan(\alpha)}{\sin(\gamma)} = \frac{7 \cdot \tan(35^\circ)}{\sin(18^\circ)} \cong$ 15,86

de plus : $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

donc $\beta = 180^\circ - \alpha - \gamma$

$= 180^\circ - 35^\circ - 18^\circ = 127^\circ$

2) Un arbre d'une hauteur inconnue x = BH est observé par une personne située en C à trois mètres (CH = 3) du pied de l'arbre sous un angle de 50° ($\gamma = 50°$).
Cette personne recule de 8 mètres (AC = 8).
a) Calculer la hauteur x de l'arbre.
b) Calculer la mesure α de l'angle sous lequel l'observateur voit l'arbre en A.