14 ***Résoudre les systèmes paramétriques dans $\mathbb{R}^2$ selon le modèle suivant.***

1 $\begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$
2 $\begin{cases} mx + 3y = 5 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$
3 $\begin{cases} 7x - (m+5)y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 4x + my = 3 \\ mx + 4y = m+1 \end{cases}$
5 $\begin{cases} ax + by = ab+1 \\ abx + ay = a^2+b \end{cases}$
6 $\begin{cases} x - (m+1)y = m \\ (m+2)x + (m+1)y = -1 \end{cases}$

7 $\begin{cases} (a+b)x + by = a \\ (a+b)x + ay = b \end{cases}$
8 $\begin{cases} y = mx + 2m \\ 2x = y - 3m \end{cases}$
9 $\begin{cases} 2x = my + m \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

corrections : exercice 14 les n°3 - 5 - 8

3 $\begin{cases} 7x - (m+5)y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$ et $(x;y) \in \mathbb{R}^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 7 & -m-5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 7 - 2(-m-5) = 2m+17 \\ D_x = \begin{vmatrix} 0 & -m-5 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = m+5 \\ D_y = \begin{vmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 7 \end{cases}$

et $m = \frac{-17}{2}$ et $D = 0$ et $D_y \neq 0$ $\left(\text{et } D_x = \frac{-7}{2} \neq 0\right)$

et $(x;y) \in \emptyset$

ou

$m \neq \frac{-17}{2}$ et $D \neq 0$ et $(x;y) \in \left\{\left(\frac{m+5}{2m+17} ; \frac{7}{2m+17}\right)\right\}$

5 $\begin{cases} ax + by = ab + 1 \\ abx + ay = a^2 + b \end{cases}$ et $(x, y) \in \mathbb{R}^2$

$$\Leftarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} a & b \\ ab & a \end{vmatrix} = a^2 - ab^2 = a(a - b^2) \\ D_x = \begin{vmatrix} ab+1 & b \\ a^2+b & a \end{vmatrix} = \cancel{a^2b} + a - \cancel{a^2b} - b^2 = a - b^2 \\ D_y = \begin{vmatrix} a & ab+1 \\ ab & a^2+b \end{vmatrix} = a^3 + \cancel{ab} - a^2b^2 - \cancel{ab} = a^2(a - b^2) \end{cases}$$

et $a = b^2$ et $D = 0 = D_x = D_y$ et $b = 0$ et $\begin{cases} 0 \cdot x + 0y = 1 \\ 0 \cdot x + 0 \cdot y = 0 \end{cases}$ et $(x; y) \in \emptyset$

$$\begin{cases} b^2 x + by = b^3 + 1 \\ b^3 x + b^2 y = b^4 + b \end{cases}$$

ou $b \neq 0$ $\begin{cases} b^2 x + by = b^3 + 1 \\ \cancel{b^2 x + by = b^3 + 1} \end{cases}$

$(x; y) \in \left\{ \left(k; \frac{b^3+1-kb^2}{b}\right) \middle| k \in \mathbb{R} \right\}$ et

ou

$a = 0$ $(\text{et } b \neq 0)$ et $D = 0$ et $D_x = -b^2 \neq 0$ et $D_y = 0$

et $\begin{cases} 0x + by = 1 \\ \text{et} \\ 0 \cdot x + 0 \cdot y = b \; (\neq 0) \end{cases}$ et $(x; y) \in \emptyset$

ou

$a \neq 0$ et $a \neq b^2$ et $D \neq 0$

et $(x; y) \in \left\{ \left(\frac{1}{a} ; a \right) \right\}$

$\left(\frac{D_x}{D} ; \frac{D_y}{D} \right)$

8 $\begin{cases} y = mx + 2m \\ 2x = y - 3m \end{cases}$ et $(x;y) \in \mathbb{R}^2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} mx - y = -2m \\ 2x - y = -3m \end{cases}$ et $\begin{cases} D = \begin{vmatrix} m & -1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -m+2 \\ D_x = \begin{vmatrix} -2m & -1 \\ -3m & -1 \end{vmatrix} = 2m - 3m = -m \\ D_y = \begin{vmatrix} m & -2m \\ 2 & -3m \end{vmatrix} = -3m^2 + 4m = m(-3m+4) \end{cases}$

et $m = 2$ et $D = 0$ et $D_x = -2 \neq 0$

et $(x;y) \in \emptyset$

ou

$m \neq 2$ et $D \neq 0$ et $(x;y) \in \left\{ \left(\frac{-m}{-m+2} ; \frac{m(-3m+4)}{-m+2} \right) \right\}$

$\left(\frac{m}{m-2} ; \frac{m(3m-4)}{m-2} \right)$

14 *Résoudre les systèmes paramétriques dans $\mathbb{R}^2$ selon le modèle suivant.*

1 $\begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$

2 $\begin{cases} mx + 3y = 5 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$

3 $\begin{cases} 7x - (m+5)y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

4 $\begin{cases} 4x + my = 3 \\ mx + 4y = m+1 \end{cases}$

5 $\begin{cases} ax + by = ab+1 \\ abx + ay = a^2+b \end{cases}$

6 $\begin{cases} x - (m+1)y = m \\ (m+2)x + (m+1)y = -1 \end{cases}$

7 $\begin{cases} (a+b)x + by = a \\ (a+b)x + ay = b \end{cases}$

8 $\begin{cases} y = mx + 2m \\ 2x = y - 3m \end{cases}$

9 $\begin{cases} 2x = my + m \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

pour jeudi 9 avril : exercice 14 les n°7 - 9