

Exercice 11 :

Résoudre les systèmes d'équations paramétriques suivantes :

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + (m-1)y = 1 \\ 4x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} 2mx + y = 3 \\ \frac{x}{3} - y = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 4x + 2y = m \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} (m+2)x + y = 2 \\ (m+2)y + x = 4 \end{cases}$$

$$5 \begin{cases} (m^2+1)x + y = 0 \\ 2x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$6 \begin{cases} x + my = 0 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

pour aujourd'hui vendredi 3 avril
l'exercice 11 les n° 3 - 4

$$\textcircled{3} \begin{cases} 4x + 2y = m \\ 3x - y = 1 \end{cases}$$

exercice 11

$$\textcircled{3} \begin{cases} 4x + 2y = m \\ 3x - y = 1 \end{cases} \quad \text{et } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad (\text{ou } \mathbb{R}^2)$$

$$\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -4 - 6 = -10 \neq 0 \quad (\text{donc le système admet un unique couple solution})$$

$$\text{et } D_x = \begin{vmatrix} m & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -m - 2 \quad \text{et } D_y = \begin{vmatrix} 4 & m \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 3m$$

$$\text{et } (x, y) \in \left\{ \left(\frac{-m-2}{-10}; \frac{4-3m}{-10} \right) \right\}$$

$$\Leftrightarrow (x, y) \in \left\{ \left(\frac{m+2}{10}; \frac{3m-4}{10} \right) \right\}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} (m+2)x + y = 2 \\ (m+2)y + x = 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} (m+2)x + y = 2 \\ (m+2)y + x = 4 \end{cases} \text{ et } (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)x + y = 2 \\ x + (m+2)y = 4 \end{cases}$$

⚠ avant d'utiliser
Cramer,
écrire le système dans
sa forme canonique

$$\Leftrightarrow D = \begin{vmatrix} m+2 & 1 \\ 1 & m+2 \end{vmatrix} = (m+2)^2 - 1 = (m+2+1)(m+2-1) \\ = (m+3)(m+1)$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & m+2 \end{vmatrix} = 2m+4-4 = 2m \quad \text{et} \quad D_y = \begin{vmatrix} m+2 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 4m+8-2 \\ = 4m+6 = 2(2m+3)$$

$$\text{et} \begin{cases} m = -3 \text{ et } D = 0 \text{ et } D_x = -6 \neq 0 \\ \text{ou} \\ m = -1 \text{ et } D = 0 \text{ et } D_x = -2 \neq 0 \end{cases} \text{ et } (x, y) \in \emptyset$$

$$\text{ou} \\ m \notin \{-3, -1\} \text{ et } D \neq 0 \text{ et } (x, y) \in \left\{ \left(\frac{2m}{(m+3)(m+1)} ; \frac{2(2m+3)}{(m+3)(m+1)} \right) \right\}$$

2	Méthode des déterminants
---	--------------------------

Théorème de Cramer :

Soit le système "canonique" :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

et $0 \notin \{a, b, a', b'\}$

Ainsi, par combinaisons linéaires :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \begin{array}{l} \left| \begin{array}{c|c} a & -b \\ a' & -b' \end{array} \right| \begin{array}{c} -c \\ c' \end{array} \\ \Leftrightarrow \begin{array}{l} L_1 \begin{cases} ad'x + a'b'y = a'c \\ L_2 \begin{cases} -a'a'x - a'b'y = -ac' \end{cases} \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} L_1 + L_2 \\ \Leftrightarrow \end{array} \begin{cases} 0x + (a'b' - a'b)y = a'c - ac' \\ \text{et} \\ (-a'a' + a'b')x + 0y = -b'c + bc' \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a'b' - a'b)y = (a'c - ac') \\ \text{et} \\ (a'b' - a'b)x = (b'c - bc') \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D \cdot x = b'c - bc' = D_x \\ \text{et} \\ D \cdot y = a'c - ac' = D_y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D \neq 0 \text{ et } x = \frac{D_x}{D} \text{ et } y = \frac{D_y}{D} \\ \text{ou} \text{ et } (x; y) \in \left\{ \left(\frac{D_x}{D}; \frac{D_y}{D} \right) \right\} \\ D = 0 \text{ et } \begin{cases} 0x = D_x \\ 0y = D_y \end{cases} \end{cases}$$

et $D_x \neq 0$ ou $D_y \neq 0$ et $(x; y) \in \emptyset$
(le système est dit impossible)

ou $D_x = 0$ et $D_y = 0$

$$\text{et } \begin{cases} 0x = 0 \\ 0y = 0 \end{cases} \text{ et } (x; y) \in \{ \dots \}$$

le système est dit indéterminé.

14 Résoudre les systèmes paramétriques dans \mathbb{R}^2 selon le modèle suivant.

$$1 \begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} mx + 3y = 5 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$$

$$3 \begin{cases} 7x - (m+5)y = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$4 \begin{cases} 4x + my = 3 \\ mx + 4y = m+1 \end{cases}$$

$$5 \begin{cases} ax + by = ab+1 \\ abx + ay = a^2+b \end{cases}$$

$$6 \begin{cases} x - (m+1)y = m \\ (m+2)x + (m+1)y = -1 \end{cases}$$

$$7 \begin{cases} (a+b)x + by = a \\ (a+b)x + ay = b \end{cases}$$

$$8 \begin{cases} y = mx + 2m \\ 2x = y - 3m \end{cases}$$

$$9 \begin{cases} 2x = my + m \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

à faire pour lundi 6 avril l'exercice 14 les n°2 - 6

$$\textcircled{1} \begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \quad \text{et } (x; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \textcircled{D} = \begin{vmatrix} m-4 & m \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = m-4 - 3m = -2m-4 = \\ = (-2)(m+2) \end{cases}$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -2 & m \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -2 - 3m$$

$$D_y = \begin{vmatrix} m-4 & -2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 3m-12+6 = 3m-6 \\ = 3(m-2)$$

$$\text{et } m = -2 \quad \text{et } D = 0 \quad \text{et } D_y = -12 \neq 0 \\ \left(\text{et } D_x = +4 \neq 0 \right)$$

$$\text{ou} \quad \text{et } (x; y) \in \emptyset$$

$$m \neq -2 \quad \text{et } D \neq 0 \quad \text{et } x = \frac{D_x}{D} = \frac{-2-3m}{-2(m+2)}$$

$$\text{et } y = \frac{D_y}{D} = \frac{3(m-2)}{-2(m+2)}$$

$$\Leftrightarrow (x; y) \in \left\{ \left(\frac{-2-3m}{-2(m+2)} ; \frac{3(m-2)}{-2(m+2)} \right) \right\}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} (m-4)x + my = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \quad \text{et } m = -2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -6x - 2y = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases} \quad \begin{matrix} :(-2) \\ \Leftrightarrow \end{matrix} \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (x; y) \in \emptyset$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 4x + my = 3 \\ mx + 4y = m+1 \end{cases} \quad \text{et } (x; y) \in \mathbb{R}^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} D = \begin{vmatrix} 4 & m \\ m & 4 \end{vmatrix} = 16 - m^2 = (4-m)(4+m) \\ D_x = \begin{vmatrix} 3 & m \\ m+1 & 4 \end{vmatrix} = 12 - m^2 - m = -m^2 - m + 12 = (-1)(m+4)(m-3) \\ D_y = \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ m & m+1 \end{vmatrix} = 4m + 4 - 3m = (m+4) \end{cases}$$

$$\text{et } m=4 \text{ et } D=0 \text{ et } D_y = 8 \neq 0 \text{ et } (x; y) \in \emptyset$$

$$\text{ou } m=-4 \text{ et } D=0 \text{ et } D_y = 0 = D_x$$

$$\text{et } \begin{cases} 4x - 4y = 3 \\ \cancel{(4x + 4y = -3)} \end{cases}$$

$$\text{et } (x; y) \in \left\{ \left(k, \frac{4k-3}{4} \right) \mid k \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\text{ou } m \notin \{4; -4\} \text{ et } D \neq 0$$

$$\text{et } x = \frac{D_x}{D} = \frac{(-1)(m+4)(m-3)}{(4-m)(4+m)}$$

$$\text{et } y = \frac{D_y}{D} = \frac{(m+4)^1}{(4-m)(4+m)}$$

$$\text{et } (x; y) \in \left\{ \left(\frac{-(m-3)}{4-m}, \frac{1}{4-m} \right) \right\}$$

★ coin brico : $-m^2 - m + 12 =$

$$(-1) \cdot (m^2 + m - 12) =$$
$$(-1) (m+4)(m-3) =$$

