La mode de chez Cabri

E. HAKENHOLZ

Ce qui sort de l'imprimante après une séance Cabri laisse souvent rêveur. Eh oui ! c'est beau , c'est grand, c'est merveilleux et de plus on n'aurait jamais pu faire ça à la main !

Si vous êtes sceptique, - encore que je doute fort que les sceptiques se donnent la peine de lire une presse aussi subversive - essayez donc de faire rentrer à la main les huit cercles d'Appolonius (en entier je vous prie) sur un A4 : je vous souhaite bien du plaisir !

En tout cas, lorsque l'on a sous ses yeux ébahis le *dessin* de l'imprimante, illustrant une position particulière de notre *figure* Cabri, c'est en général que le travail est fini. On a testé sa figure, puis on a pris soin de la placer dans une position esthétique avant de choisir l'article *Imprimer* du menu *Fichier*. On peut ensuite archiver son A4 et le ressortir à l'occasion pour épater les copains.

Notre utilisation de Cabri sera cette fois-ci légèrement différente. La sortie imprimante ne correspondra pas à la fin du travail mais au début d'une séance de travaux manuels.

Il s'agit, dans cet article, de constructions de patrons sur feuilles A4, que l'on utilisera ensuite comme les stylistes le font pour les robes.

Pour les élèves, l'utilisation de Cabri pour ce type de tâche présente un double intérêt :

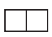
- d'une part ils ne seront pas soumis à l'effroyable malaise du bout de page (bon sang mais y faut tout que j'recommence !)
- d'autre part ils pourront redéfinir à souhait la taille de leur patron par un simple clic de souris.

Dans la première partie, nous nous servirons de Cabri comme d'un logiciel de dessin : la manipulation des points de bases produira un effet de zoom, sans plus. Par contre, la dernière figure proposée, uniquement destinée à des élèves de troisième, met en oeuvre toute la dynamique de Cabri dans la recherche et l'expérimentation des propriétés liées aux pyramides.

Les 11 patrons du cube

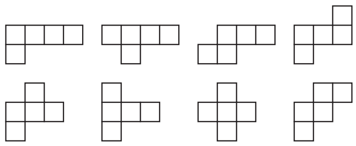
Avant que les élèves se ruent sur Cabri pour dessiner leurs patrons, on peut leur proposer une séance de recherche des 11 patrons du cube. Cette activité ne faisant intervenir que des notions de bases, on peut éventuellement la proposer à des élèves de sixième.

Avec deux carrés, il ne peut y avoir qu'un seul début de patron de cube :

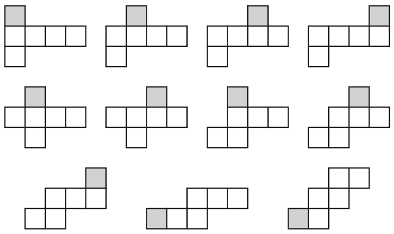


Pour un carré supplémentaire, il y a six positions possibles autour de la figure ci-dessus. Sur ces 6 configurations, 2 peuvent être retenues car les quatre autres leur sont équivalentes (on les retrouve par des isométries, mais on n'est pas obligé de le dire aussi sèchement à des élèves de sixième !) :

En continuant comme cela jusqu'à 5 carrés, les amateurs de Pentamino reconnaîtront leurs 12 pièces vénérées (on peut bien sûr sauter sur l'occasion pour expliquer à ses élèves les règles de ce merveilleux casse-tête). Cependant, seulement 8 d'entre elles nous intéressent car les 4 autres ne peuvent pas être des débuts de patron de cube :



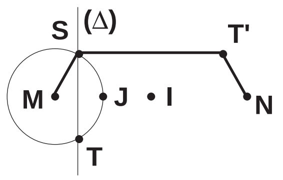
En renouvelant encore une fois l'addition d'un carré pour chacune des 8 pièces ci-dessus, on constate qu'il y a 11 patrons de cubes possibles.



Du pentamino vers le cube.

On peut maintenant faire passer les élèves sur Cabri pour une séance en quatre étapes :

- Création d'une macro *carré* avec comme objets initiaux deux points de bases A et B et comme objets finaux les côtés du carré ABCD1. On en profitera pour faire remarquer l'importance de l'ordre dans la désignation des 2 objets initiaux (le carré est orienté (1)).
- Création d'une macro languette (languette orientée bien sûr) pour permettre de consolider les arêtes du cube. (voir figure 2). I=m[MN] ; J=m[MI] ; (Δ) est la médiatrice de [MJ] et T' est le symétrique de T par rapport à I.

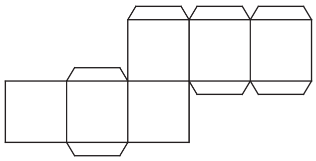


La languette orientée MST'N.

(1) Petit bug dans la gestion des macros sur Mac : si on construit la perpendiculaire en A au *segment* [AB], le carré ne sera pas orienté lorsque l'on applique la macro, ce qui est catastrophique pour la suite. On peut s'en sortir en menant la perpendiculaire en A à la *droite* (AB).

- Les élèves choisissent un des 11 patrons qu'ils construisent autour du carré ABCD en n'utilisant que la macro *carré* (2). En agissant sur les deux points de bases, les élèves peuvent ensuite régler les dimensions de leur patron. Ils placent ensuite les languettes de manière rationnelle : c'est un bon exercice pour aiguiser sa vision dans l'espace.
- Pour finir la séance Cabri, ils impriment leurs patrons après avoir rendu invisible tous les points de la figure.

Il ne leur reste plus qu'à construire - avec du carton par exemple - le cube 3D à partir de leur joli patron.

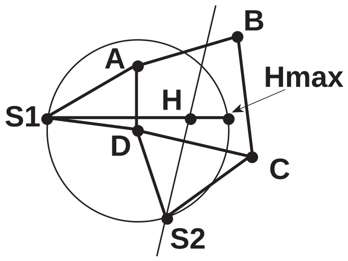


un patron de cube et ses languettes.

Pour les plus grands

Pour des élèves de troisième, la construction ci-dessous risque d'être un tantinet technique. Il vaut beaucoup mieux les placer devant la figure déjà construite : le travail de conjecture et d'expérimentation sera alors entièrement à leur niveau.

Étant donné un quadrilatère convexe ABCD, deux points S1 et H, nous allons construire le patron d'une pyramide SABCD telle que H soit le projeté orthogonal de S sur le plan ABCD et telle que S soit l'image de S1 par une rotation d'axe (AD) (pliage).

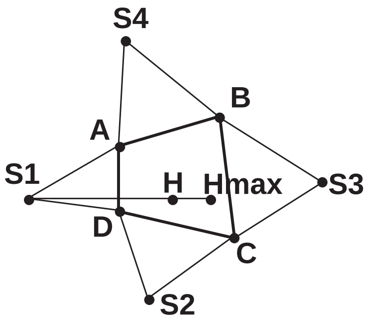


construction du sommet S2.

Observons la figure 4 : Lorsque l'on plie le triangle ADS1 suivant l'axe (AD), S parcourt un demi cercle dont le plan-support est perpendiculaire à l'axe (AD). Il s'ensuit que le projeté H de S se trouve nécessairement sur le segment [S1 Hmax], où Hmax est le symétrique de S1 par rapport à (AD). On construit Hmax puis on crée H, point sur objet du segment [S1 Hmax]. On construit le triangle DCS2 à partir de 2 contraintes :

- d'une part S2 est nécessairement sur la perpendiculaire à (DC) passant par H (rotation d'axe (DC) lors du pliage).
- d'autre part, il faut que DS2=DS1 pour que les segments [S1D] et [S2D] forment une arête de la pyramide.

On construit de la même manière le point S4 (voir figure 5). Les cercles de centre B de rayon BS4 et de centre C de rayon CS2 se coupent en S3 (S3 est bien sûr l'intersection se trouvant dans le demi-plan de frontière (BC) ne contenant pas le quadrilatère convexe ABCD). Il se trouve alors (ô miracle !) que S3H est perpendiculaire à (BC) : la démonstration est assez rapide si l'on considère le centre radical de cercles bien précis (à vous de jouer...). Cette démonstration prouve tout bonnement que la pyramide existe.



Chéops, les Incas, Le Louvre,
d'accord ! mais pourquoi pas celle-ci ?

Le premier des intérêts de cette figure est de pouvoir générer toutes sortes de pyramide. Si vous en faites une, surtout n'oubliez pas les languettes !

Maintenant sauvons notre figure et jouons un peu avec :

- Placer H sur Hmax : quelle est la particularité de cette pyramide ? même question en plaçant H sur S1.
- Appliquons la macro *carré* au segment [DC] : le carré obtenu nous sert de calque. Créons I, centre de ce carré. En déplaçant convenablement A et B nous pouvons placer ABCD en position carrée.

en déplaçant S1, Placer H sur I : la pyramide est .... H est alors sur la médiatrice de [AD] : lorsque l'on déplace H, le triangle BCS3 reste toujours ....

Placer Hmax sur I et H sur Hmax : particularité ? (n'oublions pas que Cabri permet de mesurer longueurs et angles...).

Placer H sur D : la pyramide est ....

Placer Hmax de telle manière que H puisse parcourir le segment [DC]. Placer H sur C. la pyramide est ....

- Afin de ne plus avoir de carré, rappeler la figure d'origine. Placer B <u>exactement</u> sur C. La base de la pyramide est maintenant triangulaire.

A partir de ce petit bouquet final, je vous laisse imaginer vos propres expérimentations : quand ABD est isocèle, rectangle, les deux mon général, équilatéral, quand H est sur ceci, quand Hmax est sur cela. ❑

(2) L'utilisation de la macro *carré* ne va pas dans le sens de l'économie des objets, mais il semble plus intéressant de mettre en oeuvre le savoir faire macro, d'autant plus que la construction du patron en est alors sensiblement accélérée.