La magie du kaléidoscope

Avec

[1]

Travail de maturité rédigé par **Julien Di Tria**
Etudiant au Collège de l'Abbaye de St-Maurice
Avec l'aide du professeur de mathématiques **Pierre Frachebourg**
Remis le lundi 5 novembre 2012 à Saint-Maurice

[1] http://1.bp.blogspot.com/-pICKE-CcaA8/TnhhsVUpPLI/AAAAAAAAAcg/e3I9_QshzsE/s1600/kaleidoscope.jpg

Résumé

Pour ce travail sur le kaléidoscope, il m'a fallu comprendre plusieurs étapes importantes.

Il faut savoir que l'intérêt principal porte sur le jeu des miroirs qui composent le kaléidoscope, et non sur son emballage comme jouet. Il est donc primordial de se mettre dans l'esprit que l'aspect matériel du kaléidoscope passe au second plan, et que l'attention doit se diriger sur la réflexion intérieure.

Ceci ne veut pas dire que la découverte de ce jouet est à négliger. Sa portée dans la science est sérieuse, dans la mesure où cette invention fut utile à son créateur pour comprendre la polarisation de la lumière.

Nous verrons donc comment ce jouet, simple d'apparence, propose une recherche profonde sur sa fabrication et sur la manière dont il opère. Le kaléidoscope ayant une partie matérielle tout de même conséquente, nous nous y arrêterons un moment afin de pouvoir comprendre la partie créative et récréative de la modélisation, en deux et trois dimensions.

Dans la partie concernant la modélisation, nous expliquerons notamment les problèmes relatifs à l'utilisation du logiciel « Cabri-géomètre » pour réaliser les figures, puis nous étudierons un objet spécial afin de découvrir un peu plus « Cabri-géomètre », qui sera dorénavant appelé « Cabri ».

Avant de conclure, nous examinerons deux ou trois figures ayant des effets kaléidoscopiques dans le but de les réunir dans les derniers dessins Cabri. Ces dernières figures reprendront un peu l'ensemble du travail afin de terminer ce document sur des notes joyeuses et de « belles images à regarder ».

Table des Matières

1 Introduction

Lorsque j'étais petit, à plusieurs reprises, mes amis arrivèrent à l'école avec de nouveaux jeux, des billes, des LEGOS. Puis un jour, l'un d'eux est venu avec une sorte de tube qui, lorsque l'on regardait à l'intérieur, déformait complètement la réalité. Tous furent surpris par ce jouet et il passa dans toutes les mains des élèves. Jusqu'à ce que notre professeur nous demande ce que nous avions. Ce fut la première fois que j'entendis le mot « kaléidoscope ».

Puis ce jouet fut remplacé rapidement par un autre, et j'en oubliais jusqu'à son existence. Ce fut au début de l'année passée, lorsque je vis une présentation de miroirs au Technorama de Winterthur, que je me rappelais ce jouet, et que j'en parlais avec M.Frachebourg afin d'en faire le sujet de ce document.

C'est ainsi que je partis à la découverte de ce gadget fascinant, de tous ses secrets mathématiques, et de tous les problèmes qu'il posa à ceux qui y avaient plongé le regard.
Dans ce travail, nous verrons des aspects méconnus de ce petit objet qui renferme l'infini, des aspects extrêmement simples, et d'autres moins abordables, mais qui, en somme, forment la beauté de ce gadget.

Nous nous pencherons aussi sur des aspects méconnus de Cabri, notamment les couleurs et l'interface non-graphique, qui permettront de vous faire découvrir ce logiciel et le voir par la suite, non plus comme un programme informatique, mais comme le jouet de votre imagination.

Pour lire ce travail, il vous faudra installer le programme « Cabri-géomètre » sur votre ordinateur afin de pouvoir lire les figures présentées dans ce document. Vous pouvez télécharger la version d'essai gratuite valable trente jours avec ce lien : http://www.cabri.com/fr/telecharger-cabri-2-plus.html
Pour l'utilisation des figures, il vous suffit de faire :

1. Ctrl+Clic gauche sur la figure pour l'ouvrir
2. Ctrl+Clic gauche sur l'étiquette de la figure pour l'ouvrir
3. Clic droit, Objet Cabri II plus, « manipulate »

La première et la deuxième manières ouvrent la figure en dehors de Word, alors que la troisième vous permet de bouger les figures en interne, directement dans Word. Sachez que sur Word toutes les particularités de Cabri ne sont pas utilisables.

Pour savoir quels objets sont mobiles sur la figure Cabri, vous pouvez faire un Clic gauche prolongé sur la figure, et les points mobiles se mettront à clignoter. En principe, les points mobiles sont des points blancs et ronds. Pour les déplacer, un Clic gauche prolongé sur le point mobile et le curseur de la souris fera bouger le point.

2 Origine

Le reflet, miroir de l'âme, est une notion dangereuse, comme nous l'apprend Narcisse en mourant alors qu'il regardait son image dans l'eau. Après la Grèce avec Narcisse, la Chine vers 2000 avant Jésus-Christ et l'Europe vers le XVIème siècle commencèrent à traiter ce domaine compliqué qu'est la réflexion, avec un ou plusieurs miroirs.

Le kaléidoscope est un jouet scientifique inventé en 1817 par Sir David Brewster[2] (1781-1868), un physicien et astronome écossais. Alors qu'il travaillait sur la polarisation de la lumière, ce physicien s'intéressa à la réflexion multiple que permettent plusieurs miroirs agencés, et il découvrit qu'avec trois miroirs, une lentille convexe, de la lumière et un peu de mathématiques, il pouvait créer une infinité de motifs de nature symétrique, le tout d'une beauté qui lui parut remarquable. Il donna donc comme nom à son invention, un nom qui représentait bien sa fonction. "Kalos", le beau; "eidos", l'aspect; "skopein", regarder. Assemblés, cela donne kaléidoscope, un objet qui sert à regarder ce qui a un bel aspect.

Image 1 : Sir David Brewster

Bien que le kaléidoscope fit fureur très rapidement, Brewster profita peu des revenus de son jouet car il dut donner l'autorisation à d'autres entreprises de fabriquer son kaléidoscope, notamment à Carpenter, Winsor et Giroux, qui eux, brevetèrent l'invention et en retirèrent les plus grands bénéfices en vendant en Angleterre, en France et aux Etats-Unis, environ 200'000 exemplaires. La concurrence entre l'invention de l'écossais et toutes les sortes de casse-tête chinois à la mode dans ces années 1820 fut terrible.

Le kaléidoscope, qui était à la base un objet visant l'étude des symétries et de la polarisation de la lumière, fut utilisé comme outil de prestidigitation, voire comme outil d'aide à la magie blanche au XIXème siècle, puis il déclina lentement et on ne le trouva plus qu'au fond des tiroirs.

Au final, c'est surtout à David Brewster que nous devons le kaléidoscope d'aujourd'hui car c'est lui qui proposa les proportions optimales et qui a su combiner les éléments que tout le monde avait sous la main pour en faire un objet d'art, afin de réjouir les petits enfants par sa beauté, les faux magiciens et sorciers par sa création infinie, et les mathématiciens pour ce qui suit.

[2] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5a/David-Brewster.jpg/230px-David-Brewster.jpg

3 Composition

Un kaléidoscope est le plus souvent un tube en carton, en papier ou en métal, comprenant une ouverture de chaque côté, et composé de plusieurs parties très importantes :

- les lentilles
- le compartiment à images
- les miroirs

Examinons à quoi servent chacun des morceaux du kaléidoscope.

A. Lentilles

La première chose à laquelle les gens pensent en entendant "lentilles", dans un contexte physique, et non gastronomique, c'est aux les lentilles de contact qui remplacent les lunettes. Or, ces lentilles ont les mêmes caractéristiques que celles en physique théorique.

Une lentille[3] est un morceau de verre, concave ou convexe, qui réfracte la lumière, la faisant soit converger soit diverger, grâce aux propriétés du verre, l'isotropie et l'homogénéité, et aux propriétés de la lumière lorsqu'elle traverse ce milieu.

Image 2 : Lentilles

La lumière a une certaine vitesse de 1 mètre en 3.33*10^-9 secondes, soit encore 7,49*(le tour de la Terre) en 1 seconde, cette vitesse étant notée "c" dans le vide.

Les physiciens ont montré que la lumière allait, dans le verre, à une vitesse v=c/1,5. Ce coefficient, 1,5, est appelé indice de réfraction, noté "n" ou "m", et il définit la vitesse de la lumière dans ce milieu par rapport à celle dans le vide.

$$\mathrm{n} = \frac{c}{v}$$

[3] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d8/BiconvexLens.jpg/300px-BiconvexLens.jpg

Dans les lois de la réfraction (lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre) se trouve une loi qui nous intéresse, soit :

$$n_1 \times \sin(\alpha_1) = n_2 \times \sin(\alpha_2)$$

avec ici n_1 et n_2 les indices de réfraction de deux milieux, et α_1 et α_2, les angles que fait la lumière par rapport à la normale entre les milieux lorsqu'elle passe d'un milieu à l'autre.

De ces formules découlent les propriétés des lentilles.

Comme l'air a un indice de réfraction égal à 1.0, qui est différent de celui du verre, 1.5, les rayons lumineux sont déviés lorsqu'ils passent au travers du verre. Une lentille peut alors être soit convergente, soit divergente, ceci à cause de la concavité ou de la convexité de la lentille. Ici, un système tel celui des microscopes ou des appareils photos à objectif permet de faire bouger la lentille et d'ajuster la netteté de l'image.

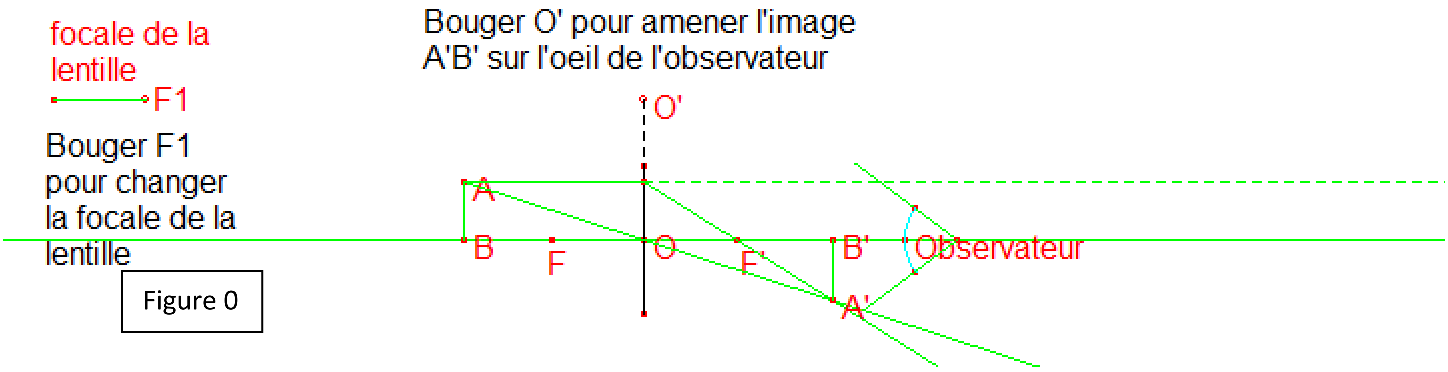
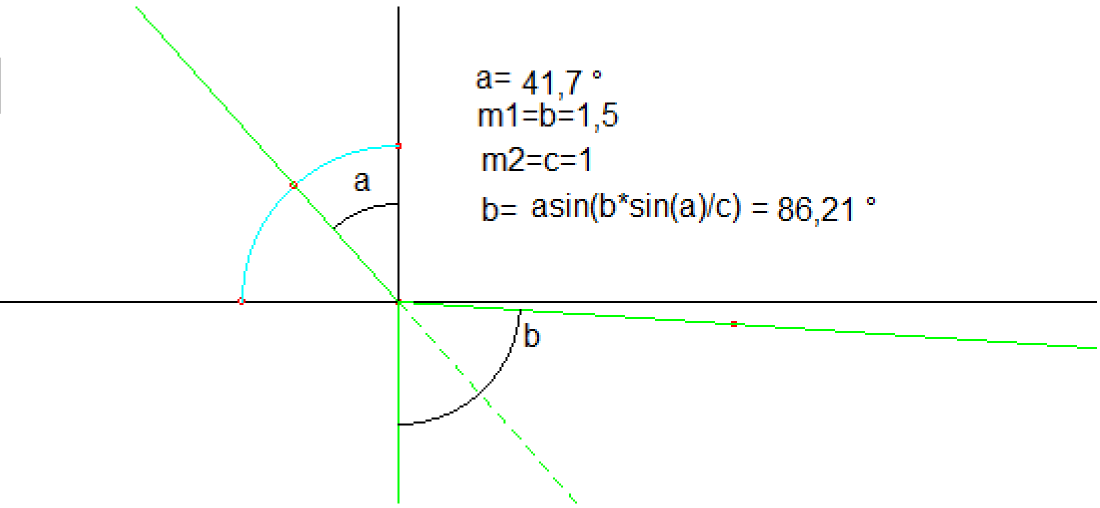


Figure 0

Les lentilles ont une seconde propriété. L'angle de sortie ne peut pas être plus grand que 90°. Donc, si l'angle d'entrée de la lumière dans une lentille est trop grand, il n'y a pas réfraction et la lumière ne passe pas. L'œil verra du noir à cet endroit. Dans le cas du passage de la lumière de l'air au verre, l'angle maximum pour que la lumière traverse est de 42°.

Figure 1



Encore une autre particularité, mais de la lumière cette fois-ci. La lumière est blanche à l'œil nu. Mais si nous la faisons passer par un prisme[4], elle ressort décomposée en 7 couleurs, les couleurs de l'arc-en-ciel. Ceci à cause d'une légère différence de vitesse entre les ondes lumineuses de couleurs différentes. Par exemple, la lumière rouge va à 198'406 km/s dans le verre, alors que la lumière violette se déplace à 194'797 km/s. Ainsi l'indice n du verre est différent pour la lumière rouge et pour la violette. Il vaut en fait $n_{rouge}=1,511$ et $n_{violet}=1,539$.

La différence est minime, mais très importante, car elle permet de rendre plus aléatoire la création d'image, en ne laissant que certaines lumières passer à certains endroits, et de créer de plus un fond noir qui fait ressortir la luminosité des couleurs de l'image, qui sera reflétée le plus de fois possible.

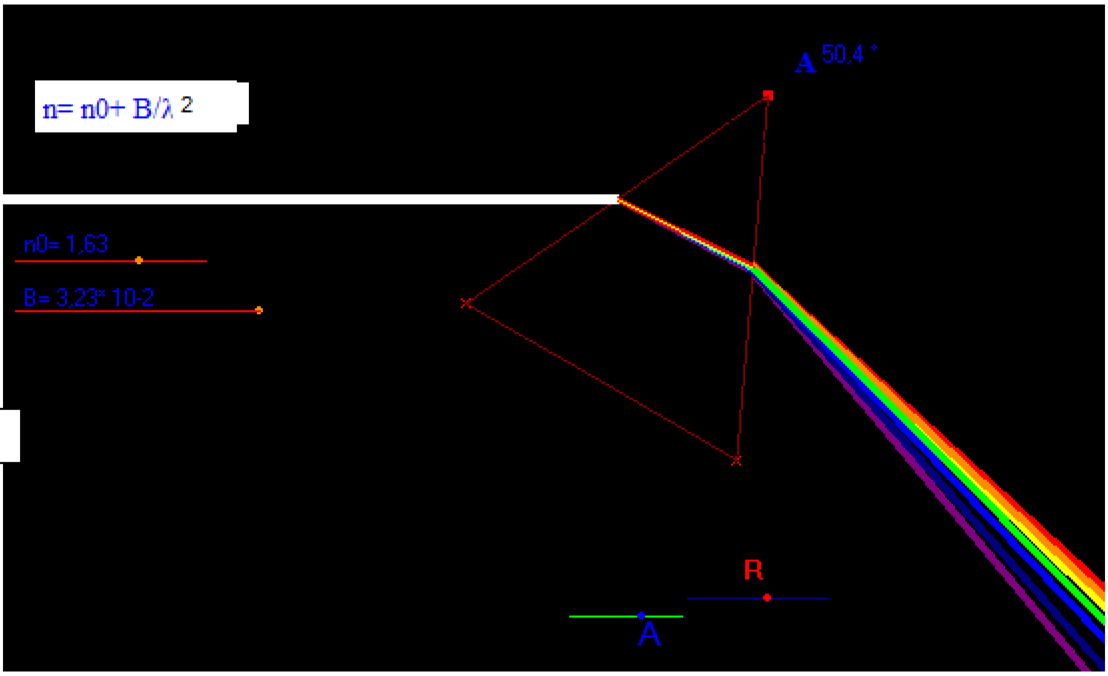


Figure 2

Grâce à un système de lentilles mis en place correctement, les observateurs qui regarderont à travers un kaléidoscope verront une image nette et décomposée naturellement en plusieurs couleurs.

[4] http://agregation.capes.free.fr/uniscielmrs09/prisme/

B. Miroirs

Dans un kaléidoscope, si nous examinons attentivement l'intérieur, nous remarquons qu'il y a trois miroirs qui se touchent par leurs côtés, formant un triangle, ou plutôt un prisme à base triangulaire, vide, au travers duquel nous pouvons regarder. La première chose à se demander est pourquoi utiliser un triangle fermé, et non un carré ou un cercle, puis de chercher comment fonctionne un miroir.

Un triangle tout d'abord, et non un autre dispositif, pour plusieurs raisons. Un triangle est une figure géométrique de base, qui, comme son nom l'indique, n'a que trois angles, et par conséquent trois côtés. C'est donc, dans la géométrie euclidienne, la première surface composée de bords droits. Grâce à cette surface, nous pouvons construire toutes les autres figures géométriques imaginables dans le plan Euclidien, par exemple le rectangle, le losange, sauf le cercle. C'est aussi la première figure géométrique dans laquelle nous pouvons "mettre" un objet de couleurs, qui sera reflété par les trois miroirs qui composent les bords du triangle, dans toutes les directions.

Il faut aussi noter que seul le triangle et quelques autres figures permettent d'avoir des symétries par rapport à leurs côtés ayant de bonnes caractéristiques pour se répéter plusieurs fois sans jamais se chevaucher. Par exemple, le cercle, n'ayant pas de côtés droits, ne permet pas de faire des symétries axiales. Quant aux autres figures, polygones réguliers, il en existe quelques-unes qui ont une configuration propice à ces réflexions, car elles sont en réalité des cas particuliers du triangle. Mais nous verrons cela plus tard.

Un miroir est une surface polie et suffisamment lisse pour qu'elle devienne réfléchissante.
La plupart du temps, un miroir est une fine couche d'aluminium, conservée par PVD (dépôt sous vide). Il reflète environ 80% de la lumière qu'il reçoit. Ainsi, après un nombre de x réflexions, il n'y a plus que $100 * \left(\frac{80}{100}\right)^{x}$ %, c'est-à-dire $\left(\frac{80^x}{100^{x-1}}\right)$ % de l'intensité lumineuse qui est réfléchie.

Les miroirs habituels sont recouverts de matière réfléchissante placée derrière un verre. Pour le kaléidoscope, il existe un miroir plus spécial dont la surface avant est réfléchissante, ce qui fait que la lumière est reflétée directement sans passer à travers la vitre du miroir. Ceci permet un reflet plus fidèle et plus net des images que par les miroirs standards.[5]

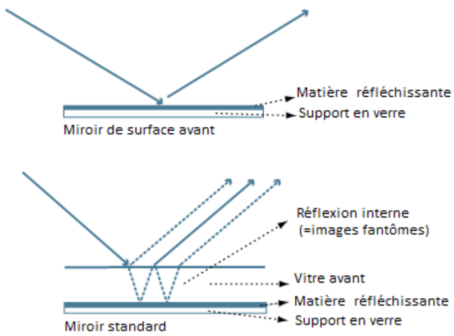


Image 3 : Miroir de surface avant

[5] http://www.dnp-screens.com/files/billeder/DNP08/Products/Fig38.gif

Par la suite, nous considérerons les miroirs par une vue du dessus, et nous les représenterons par une droite. Quant au phénomène de réflexion, les images reflétées seront vues elles aussi du dessus.

La réflexion fait partie d'un domaine de physique, l'optique géométrique, obéissant aux lois de Snell-Descartes.

Première loi : Le rayon d'incidence SI, la normale n et le rayon réfléchi IR appartiennent au même plan, dit d'incidence.

Deuxième loi : L'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion.

En géométrie, le miroir est désigné par p une droite, et n la droite normale (IN) avec N un point du plan tel que son projeté orthogonal sur le miroir est égal à I. Soit aussi S, le point de départ de la source lumineuse, S' le point par symétrie axiale de S par rapport à p, I le point d'intersection de la droite (RS') et de la droite d. R représente l'œil de l'observateur.
La vue dans un miroir d'un objet observé est le point d'incidence I, mais pour mieux voir par la suite, nous utiliserons le point S'.

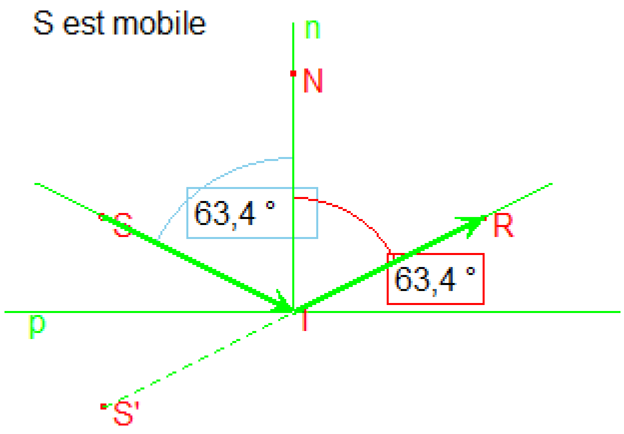


Figure 3

Il est ici utile de préciser que l'on peut construire ce rayon réfléchi connaissant S, I et la surface réfléchissante. En effet, comme les angles d'incidence et de réflexion sont égaux, construire (IR) se fait simplement par symétrie axiale de (SI) par rapport à n.
En conséquence, la réflexion peut être symbolisée par l'application de la symétrie axiale, ce qui est fondamental pour la suite.

Soulignons au passage que pour un angle d'incidence de 0°, si l'on note (SI) et (IR) les droites supports des rayons [SI] et [IR], alors (SI) et (IR) sont confondus.

Pour continuer, il est nécessaire d'ajouter à la réflexion d'un objet par rapport à un miroir, une propriété naturelle. L'image d'un objet par rapport à un miroir est indépendante de la présence d'un observateur. En fait, l'image de l'objet, créé par symétrie axiale de l'objet par rapport au miroir, existe toujours dès que l'objet est placé en face d'un miroir. Ce que l'observateur voit dans le miroir est l'image de l'objet sur le miroir qui se trouve au point d'incidence.

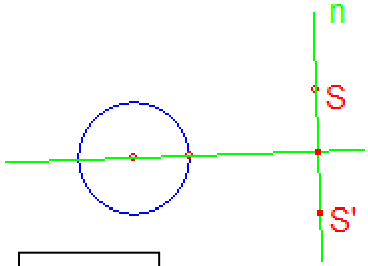


Figure 4

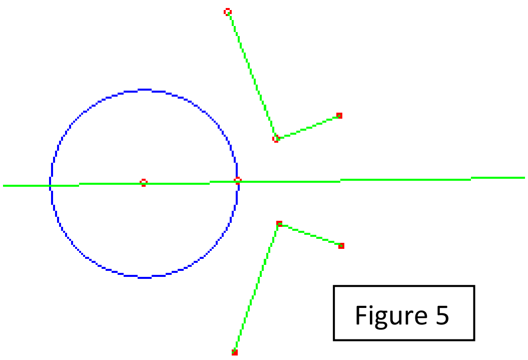


Figure 5

Une autre propriété remarquable du miroir qui découle de la symétrie axiale, est l'inversion des figures. En effet, si l'on prend une lettre, par exemple L, et qu'une symétrie lui est appliquée, le L se retrouvera à l'envers. On dit alors que la réflexion est une transformation gauche, qui change l'orientation des figures, au contraire des translations et rotations dites droites, qui conservent l'orientation des figures.

Remarquez que deux symétries axiales forment une composition de transformations dont l'orientation est dite droite. Il existe deux théorèmes démontrant que toute rotation peut être obtenue à partir de deux symétries axiales dont les axes sont concourants, et que toute translation peut être fabriquée à partir de deux symétries axiales dont les axes sont parallèles.

C. Compartiment à objets

Si nous tournons un kaléidoscope, et que nous regardons par le mauvais orifice, nous voyons au bas un petit espace creux, formé par deux disques de verre et une partie du tube. Ouvrons donc ce petit boîtier, et examinons un peu.

Dans cette partie du kaléidoscope se trouvent des morceaux de verre, de plusieurs couleurs, de tailles et de formes variantes, allant de la taille d'un grain de sable à celle d'un petit bonbon, et dont les formes, souvent irrégulières, dépendent du bon vouloir du constructeur.
Plus simplement, les morceaux de verre colorés sont réduits en poussière fine comme du sable, et le plus petit déplacement provoquera une grande modification de la position de chaque grain de sable à l'intérieur, et formera ainsi une nouvelle image.

Mais y sont renfermés aussi des petits objets, notamment des bouts de plastique, en suspension dans un liquide qui permet de faire bouger un peu plus les morceaux et d'obtenir une image dynamique. Essayez d'arrêter plusieurs dizaines d'éléments dans de l'eau où soufflerait un vent très irrégulier. De plus, le liquide ajoute des reflets blancs et lumineux, qui sont toujours en mouvement.

Le plus intéressant est le verre dichroïque. En effet, ce verre a une fabrication qui le rend spécial. Il fut créé par la NASA, car il résistait à de hautes températures et il était utilisé dans les satellites. Sa fabrication repose sur un processus qui fait s'évaporer différents métaux comme l'or, l'argent ou l'aluminium, dans une chambre à vide, et les oxydes de ces métaux ainsi produits se cristallisent à la surface du verre. Les différentes microcouches des métaux, lorsqu'elles captent la lumière, éteignent certaines couleurs et renforcent l'intensité d'autres, selon l'angle de vue. Ainsi, lorsque des morceaux de verre dichroïque sont dans le boîtier du kaléidoscope, ils sont vus au moindre mouvement sous un autre angle, et la lumière qui s'en dégage devient différente.

4 Fabrication

La fabrication simple d'un kaléidoscope peut être réalisée par n'importe qui. Le jouet didactique fabriqué sera extrêmement basique, mais il est la base même de tout autre kaléidoscope plus complexe.

Pour la partie essentielle de l'invention de Brewster, il faut trois miroirs aux dimensions identiques. Pour des raisons de facilité, comme nous n'avons pas toujours des miroirs sous la main, nous pouvons utiliser un CD. En effet, l'arrière d'un CD-Rom, ne se contentant pas de réfléchir des arcs-en-ciel et des fabuleux dégradés, reflète également la vraie lumière et les vraies images. La face arrière du CD est en plastique (polycarbonate) qui agit comme un miroir. En découpant dans le CD trois bandes rectangulaires, dimensions 2cm*8cm, nous disposons alors de trois miroirs que nous pouvons assembler en prisme.

Image 4 : CD miroir


Image 5 : Kaléidoscope CD

Comme ce sont les mêmes rectangles, nous aurons des triangles équilatéraux. En assemblant les morceaux de façon à faire se toucher les bords les plus longs, nous obtenons un prisme à base triangulaire. Un peu de scotch pour fixer les miroirs, un morceau de papier pour les entourer afin de les protéger, et voici votre premier kaléidoscope maison.

Le résultat est bon par rapport au matériel utilisé, mais très sombre, car le disque reflète peu de lumière, et la netteté est perdue. Cependant, les couleurs sont belles et bien réfléchies par les CD, et on retrouve l'effet kaléidoscopique.

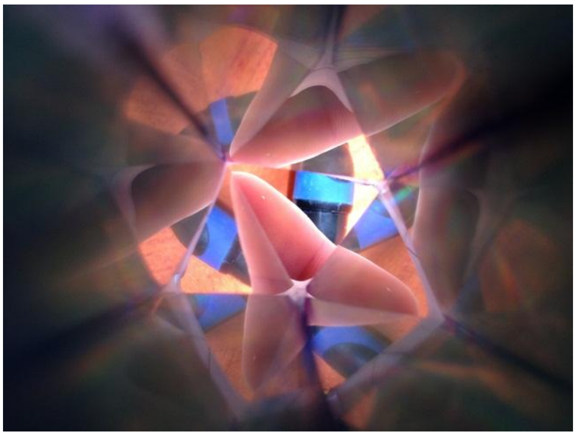


Image 7 : Vue kaléidoscope 1

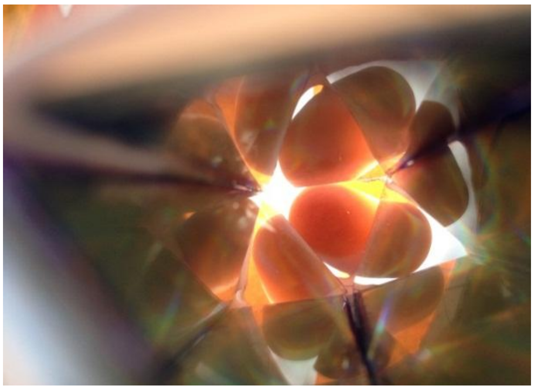


Image 6 : Vue kaléidoscope 2

5 Réflexion

Dans un kaléidoscope, nous avons vu qu'il y a des miroirs. Qui dit miroir dit image, dit lumière et dit surtout réflexion de cette lumière. Et pour obtenir cette réflexion infinie que nous propose le kaléidoscope, il nous faut voir deux particularités :

- avec deux miroirs
- avec trois miroirs

Voyons le premier point que le point suivant complètera, afin d'arriver à comprendre le principe de la modélisation.

A. Deux miroirs

Nous cherchons maintenant toutes les manières de placer les miroirs pour voir de quelles manières réagissent les images de l'objet placé entre les miroirs.

1. Deux miroirs parallèles

Soit deux miroirs, a et b, parallèles, et un objet C que nous plaçons dans la bande ab. Une bande B est l'intersection de deux demi-plans fermés tels que chaque demi-plan ouvert contient la frontière de l'autre, les frontières des demi-plans a et b étant les frontières de la bande.

En construisant l'image de C par symétrie d'axe a, on obtient Ca, et par b, Cb. Puis en faisant les symétriques de Ca et Cb par rapport respectivement à b et a, nous obtenons Cab et Cba, etc.
En donnant une forme à cet objet C, prenons le L de tout à l'heure, nous remarquons que les premiers L sont à l'envers, puis les suivants à l'endroit, puis à l'envers et ainsi de suite. En effet, si le miroir inverse l'orientation d'une image, la seconde réflexion inverse l'inverse, ce qui donne le sens d'orientation original. Ici nous pouvons bien voir que la composée de deux réflexions est une translation.

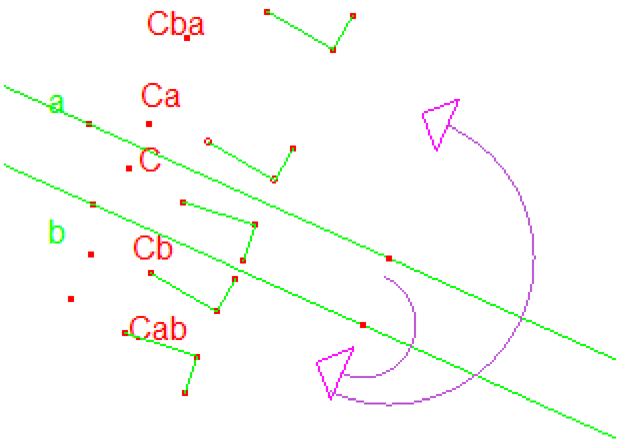
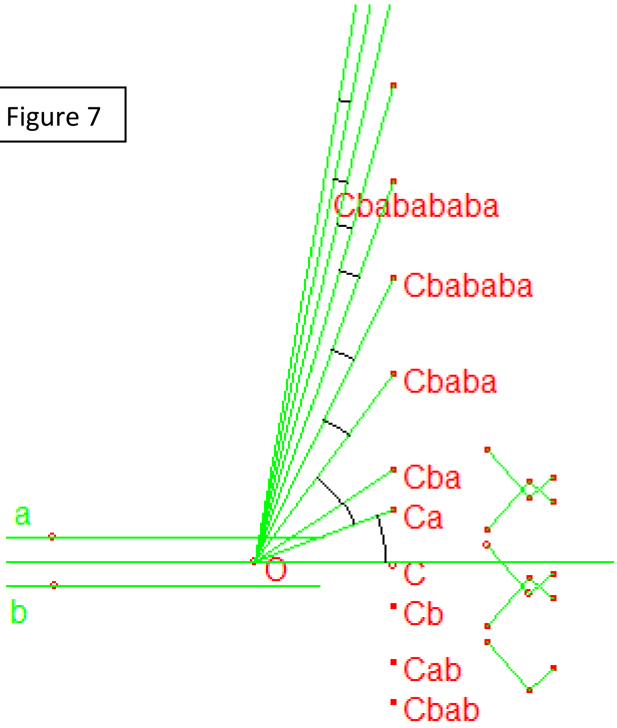


Figure 6

En continuant ainsi à l'infini, par la pensée bien sûr, nous obtenons une suite d'images alternativement inversées et dans le bon sens, mais ce cas n'est pas très intéressant car nous aurions besoin d'une infinité de réflexions mises à la suite en miniature pour voir quelque chose qui pourrait être beau.

C’est long et compliqué à produire car il faut tout d’abord que les miroirs renvoient 100% de l’intensité lumineuse, ce qui n’est pas le cas, et enfin que l’observateur puisse voir à l’infini lui aussi. En suivant la modélisation suivante, nous pouvons voir qu’il faut des miroirs infinis, ce qui n’est pas possible.
Nous voyons que les angles de visions entre deux images de l’objet C deviennent de plus en plus petits et que la somme totale de ces angles se rapproche sans cesse de 90°.

Figure 7

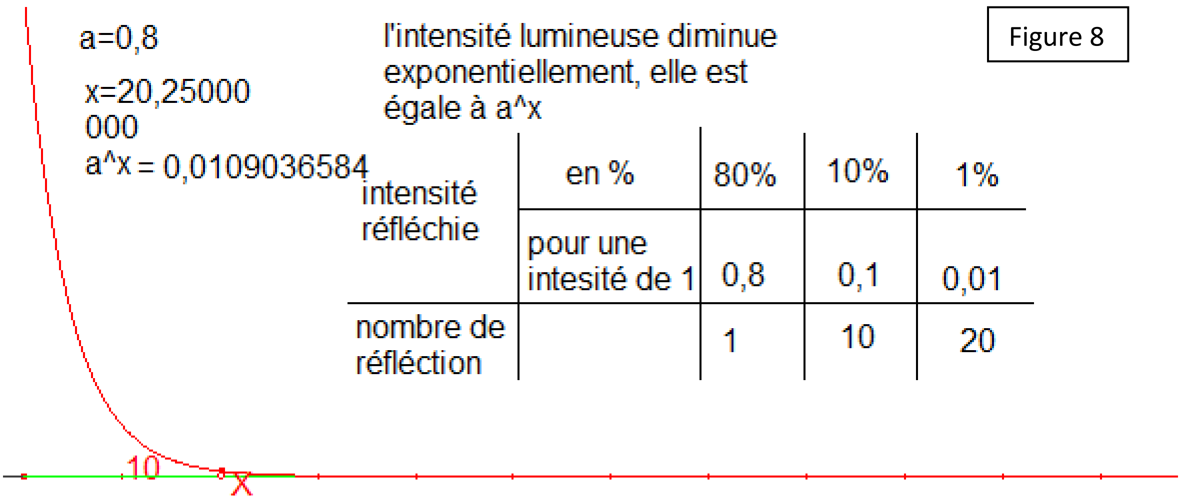


Ce qui implique deux choses :

Premièrement, l’angle devenant de plus en plus petit au fur et à mesure que l’image s’éloigne virtuellement, l’œil humain ne sera bientôt plus capable de faire la distinction entre une image et la suivante. En éloignant l’observateur de l’objet, on pourrait arriver à agrandir les angles entre deux images mais jamais assez.

Deuxièmement, seuls les 80% de l’intensité lumineuse sont réfléchis. Après 20 réflexions, l’intensité lumineuse avoisine les 1%. L’œil peut voir 10^{-14}W, sachant qu’une bougie donne 0,1W, et le soleil 50W un jour de brouillard. Si, dans une pièce sombre, la flamme d’une bougie était reflétée 20 fois entre deux miroirs, l’intensité de la lumière émise par cette vingtième réflexion serait de 10^{-3}W. Cette image serait visible par l’œil humains, mais faiblement. Au-delà de 20 réflexions, l’intensité devient si faible qu’il faudrait 30 minutes à l’œil pour s’accommoder, ceci en imaginant que la lumière extérieure disparaisse durant 30 minutes, en laissant son image sur le miroir, ce qui n’est pas possible.

Figure 8



intensité réfléchie	en %	80%	10%	1%
	pour une intesité de 1	0,8	0,1	0,01
nombre de rélféction		1	10	20

2. Deux miroirs concourants

Prenons maintenant une nouvelle figure et examinons les cas où les miroirs ne sont pas parallèles.

Construisons O1, le premier point libre, centre de la figure. Il est important car il permettra de translater la figure dans son ensemble, car de lui dépendent toutes les constructions suivantes.

C (O1, r) un cercle centré en O1 et de rayon r quelconque, variable, rayon qui n'influe que sur le zoom du résultat. Ici, écrivons C (O1, r)=c.
Ce cercle permet de fixer des demi-droites qui représentent des miroirs. Or, la réflexion pouvant être assimilée à une symétrie axiale, ces demi-droites deviennent des axes.

A et B, deux points semi-libres sur c. Par ces deux points, on construit deux demi-droites [O, A [=a et [O, B [=b qui sont nos deux miroirs. Ainsi, A et B étant mobiles sur le cercle, nous pouvons faire varier l'angle entre les deux miroirs.

L'angle (AOB)=α, construit en marquant l'angle, puis en le mesurant. En faisant bouger A ou B dans certains cas, nous remarquons un petit bug du logiciel Cabri-géomètre. En fait, avec l'outil marquage d'angle et en appliquant l'outil mesure d'angle à cette marque, Cabri nous donne la valeur de la marque de l'angle. Or cette marque se comporte quelques fois bizarrement, car elle ne tient pas compte de l'ordre dans lequel l'angle veut être mesuré. Il donne donc des mesures allant de 0° à 360°, et donc un même angle peut avoir deux valeurs différentes suivant où la marque se trouve. Pour rectifier ce problème, nous utilisons l'outil mesure d'angle sur les points de l'angle. Ainsi nous avons toujours l'angle aigu qui nous est donné par Cabri.

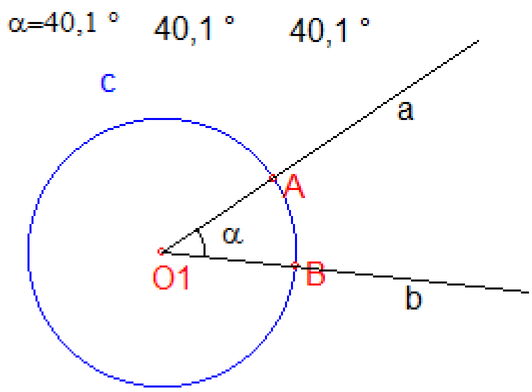


Figure 9

Grâce à cette modélisation, les miroirs sont concourants en O1, ce qui permet d'avoir tous les cas avec deux miroirs en 2D, excepté celui de deux miroirs parallèles que nous avons vu auparavant.

Nous avons ici tout ce dont nous avons besoin pour modéliser les réflexions à deux miroirs. Pour mieux lire les informations, nous pouvons cacher la marque de l'angle α, ainsi que sa mesure inutile, et aussi le cercle c.

Soit C le point libre, qui représente un objet réel réduit à sa simple position sur le plan. Ce point C sert de modèle pour tous les autres objets réels qui se trouvent dans le kaléidoscope.
Plaçons-le dans la chambre réelle (AOB) = (OA, OB) et, ayant observé expérimentalement ce qui se passe avec de vrais miroirs, reproduisons le phénomène sur le logiciel.

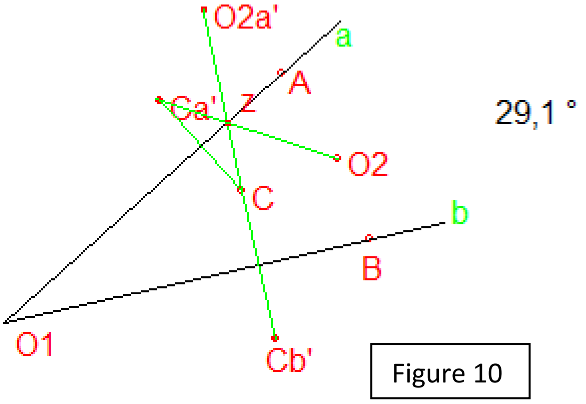


Figure 10

On remarque que le point C subi une symétrie axiale par rapport à a et à b, donnant Ca' et Cb'. Ici C influe directement sur Ca' et Cb', alors que A n'influe que sur Ca' et B sur Cb'.
On peut placer l'œil de l'observateur sur un point en O2, libre, dans la chambre réelle, et montrer que la simulation est correcte et que la réflexion peut bien être expliquée par une symétrie axiale.

Dans cette animation, il faut préciser que z est le point que l'observateur voit sur le miroir, et qui est le reflet du point C par le miroir a mais seulement pour cet observateur. Si un second observateur arrive, on voit facilement que le z ne sera pas forcément au même endroit.

Pour continuer, nous devons nous examiner ce qui arrive lorsque les miroirs sont réfléchis l'un par rapport à l'autre. Commençons donc par considérer un des deux miroirs comme un objet mat, c'est-à-dire qui ne réfléchit pas la lumière. Choisissons ici le miroir b. Il est donc en face de a, et, comme C, subit la réflexion.

Soit donc B' le symétrique de B par rapport à a, puis b' = [O,B'), ou plus directement en utilisant l'outil « symétrie axiale » sur la demi-droite, mais nous aurons besoin de B'. Ensuite, en échangeant les rôles de a et b, nous construisons A' et a'.

En faisant bouger A et B, nous remarquons que les deux points font bouger les deux miroirs réfléchis a' et b'. Alors qu'avant, A n'entrait pas en interaction avec B, ici, il entre en jeu pour les deux réflexions.
Si A descend, A' monte et B' descend et inversement.

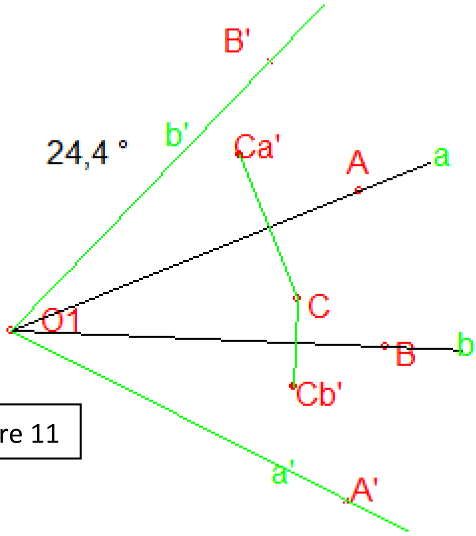


Figure 11

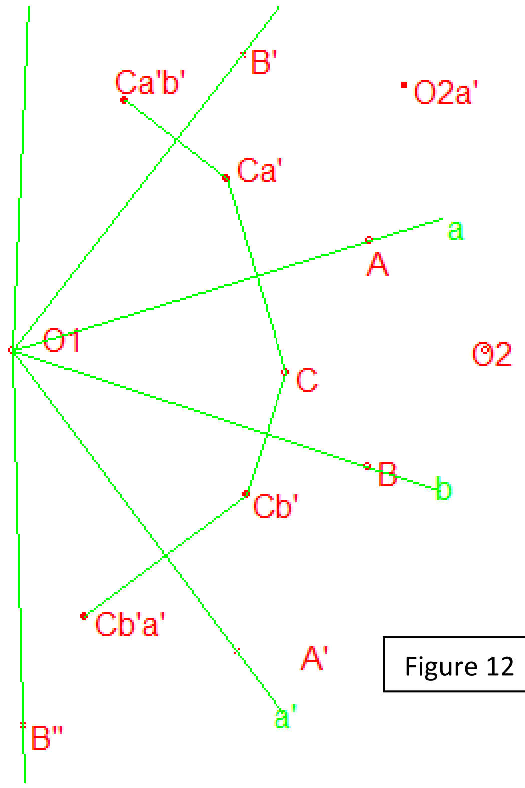


Figure 12

Ce que l'on voit maintenant d'une manière expérimentale, c'est que les miroirs virtuels a' et b' se comportent comme des vrais miroirs pour les images virtuelles Ca' et Cb'. En faisant des symétries axiales, on trouve alors de nouvelles images Ca'b' et Cb'a'. De même, on peut faire des symétries des miroirs a et b par rapport à b' et a' afin d'obtenir a'' et b'', et A'' et B''. En bougeant C sur a ou b, on admet facilement que Ca'b' ou Cb'a' se trouvent sur les miroirs a'' ou b'', ce qui montre que les reflets des miroirs a et b sont a'' et b'' par b' et a'.

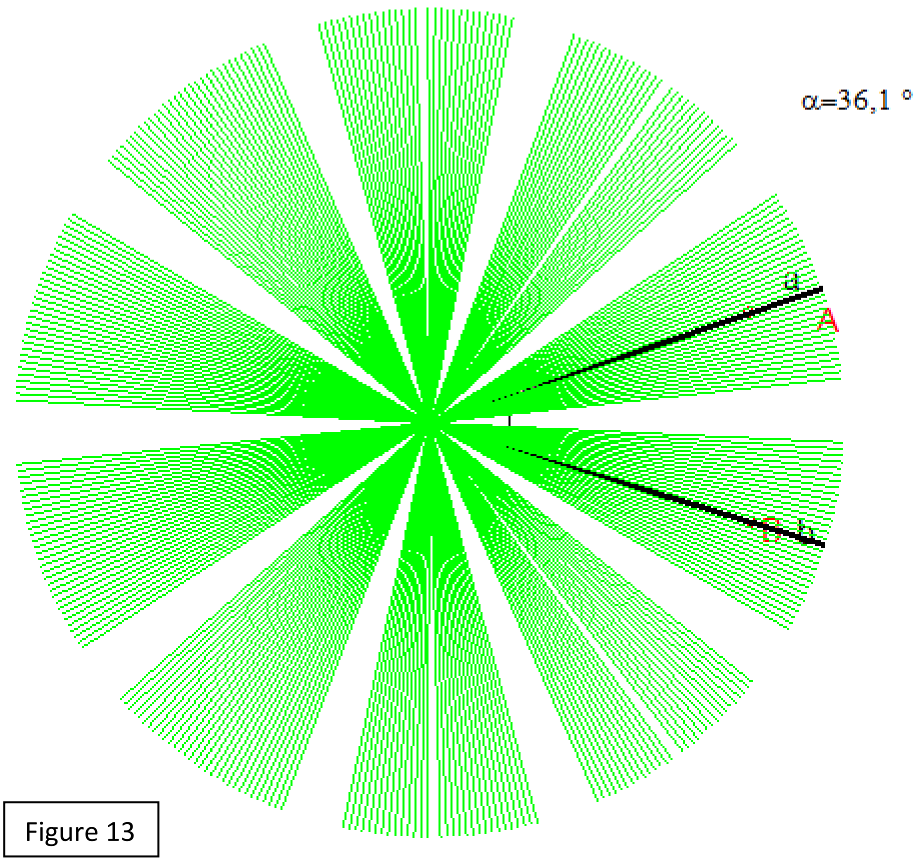


Figure 13

Continuant ainsi, on crée une suite de réflexions des miroirs et des objets virtuels. Ici, nous utilisons une macro pour faire toutes ces symétries beaucoup plus rapidement qu'un utilisateur humain. En faisant ceci, nous arrivons à une figure dont les droites vertes représentent des miroirs. En bougeant A et B, nous remarquons qu'il y a certains angles pour lesquels il semble y avoir moins de miroirs virtuels. Notamment, on trouve les angles 18°, 24°, 30°, 36°, 40°, 45°, 60°, 72° et 90°. Il y en a d'autres, mais qui sont moins visibles.

En faisant la même chose, mais en programmant différents objets cabri, nous pouvons obtenir les miroirs avec les objets réfléchis que l'observateur voit dans les miroirs, ou encore seulement les objets virtuels. C'est ce qui sera réalisé par la suite.

Les angles cherchés correspondent au critère suivant : ils doivent diviser 360° dans l'ensemble des naturels, et donner un résultat pair à cette division. Soit donc $\frac{360}{\alpha} = 2n$. En effet, en choisissant ces angles $\alpha = \frac{360}{2n} = \frac{180}{n}$, on obtient un nombre de réflexion pair et fini, car on peut trouver, qu'après un certain nombre de réflexions, la somme des angles entre les miroirs réfléchis donne un multiple de 360. Il nous reste donc les diviseurs de 180° comme valeur, soit 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180. Tous ces angles donnent des résultats plus ou moins bons pour la représentation graphique. Nous choisissons les plus grands pour une question esthétique. Au final, il ne reste que les valeurs suivantes; 30°, 36°, 45°, 60°et 90° qui permettent d'avoir un nombre pair d'objet et une assez grande visibilité pour que l'image soit lisible.

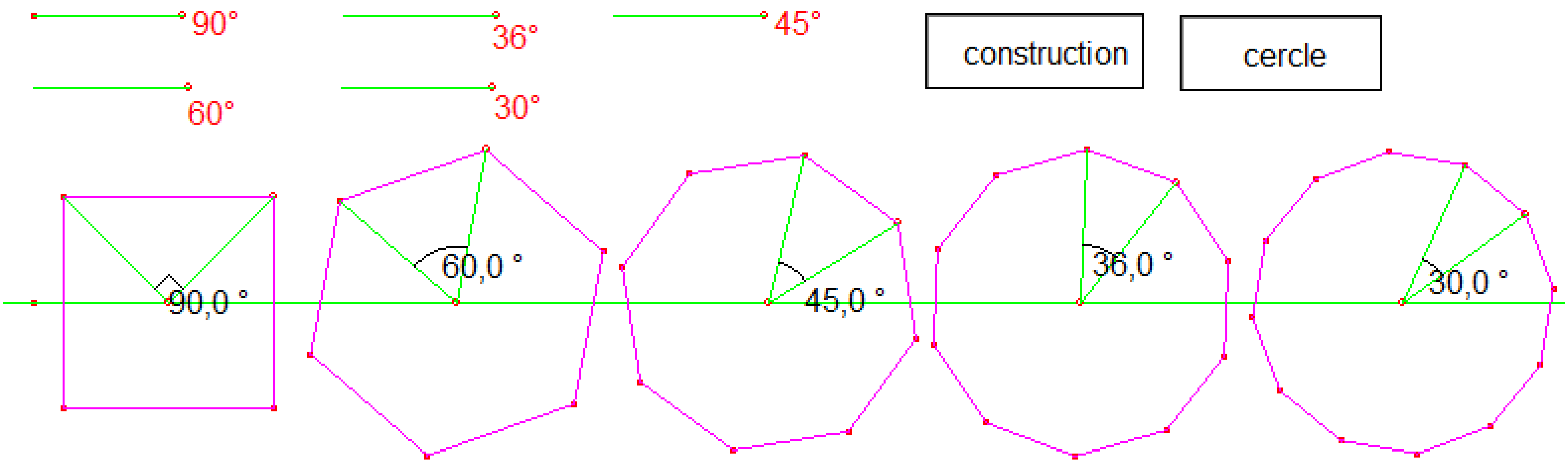


Figure 14

B. Trois miroirs

1. Angles

Nous avons donc vu qu'il fallait des angles de 90°, de 60°, de 45°, de 36° ou de 30° avec deux miroirs. Avec trois miroirs, il faut considérer trois paires de miroirs. Trois paires de miroirs ne veux pas dire six miroirs ici, mais bien trois cas séparés dans lesquels deux miroirs sont examinés et non le troisième, afin que les conditions liées à la réflexion par deux miroirs soit vérifiées. Ce qui veut dire que chacun des trois angles formés par les trois miroirs doit être égal à 90, 60, 45, 36 ou 30°. Il faut donc voir pour chaque cas quelles sont les combinaisons possibles pour les angles.

Pour faciliter la notation, nous remplaçons ici

{Triangle ABC dont les angles sont a, b et c} par {triangle(a,b,c)} où a, b et c sont les angles opposés au sommet A, B, et C.

Si le premier angle vaut 90°, il faut donc que la somme des deux autres soit égale à 180-90=90°. Parmi les angles donnés, il y a soit 45 et 45, soit 60 et 30. Il en résulte deux triangles, dont un des angles est 90°, qui permettent des symétries satisfaisant les conditions, triangle(90,45,45), et triangle(90,60,30)

Si le premier angle, cette fois, vaut 60°, les deux autres doivent être égaux à 120°, soit donc 60 et 60, soit 90 et 30. En enlevant le triangle(90,60,30) déjà connu, il nous reste le triangle(60,60,60) qui est le triangle équilatéral.

Si le premier angle est égal à 45°, les autres sont égaux à 135°, ce qui ne laisse que le triangle(90,45,45) que nous avons déjà.

Si a=36°, b+c=180-36=144. Ici parmi les angles hypothétiques, aucune somme ne permet d'arriver à 144. Il n'y a donc pas de triangle dont un des angles vaut 36° que nous pouvons utiliser pour la suite.

Si l'angle a équivaut à 30°, b et c doivent valoir 150°. Il n'y a que le triangle(90,60,30) que nous avons déjà répertorié.

Au final, il ne reste que trois triangles :

- Triangle(60,60,60), triangle équilatéral
- Triangle(90,45,45), triangle rectangle isocèle
- Triangle(90,60,30), triangle qui forme les équerres

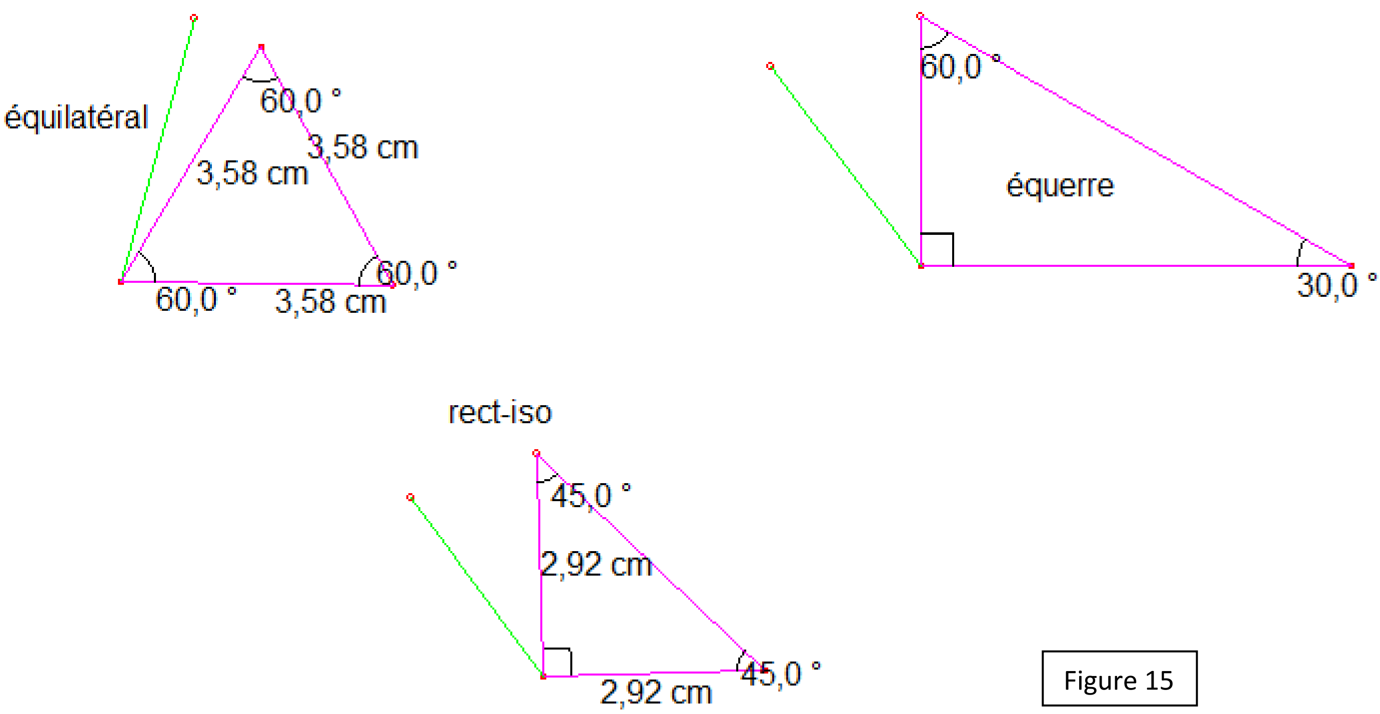
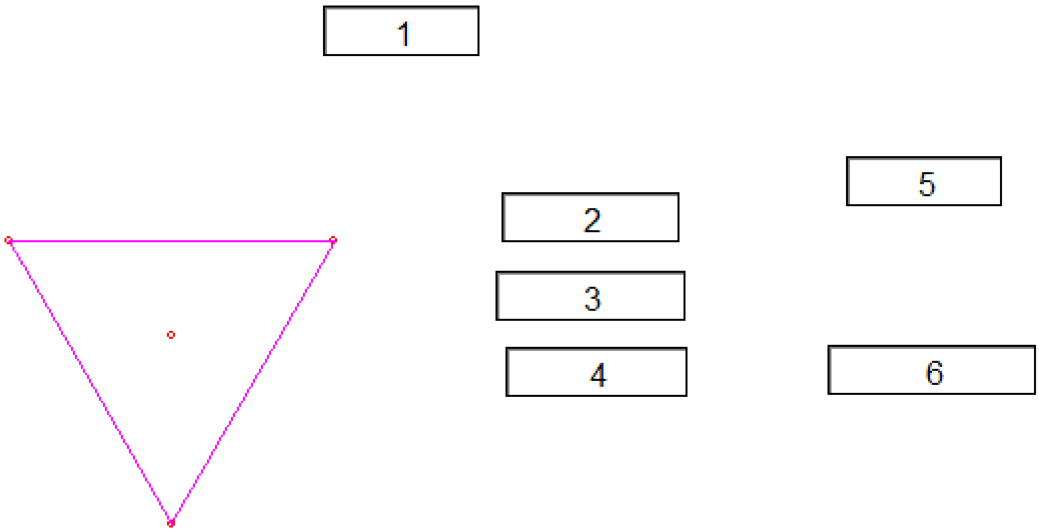


Figure 15

2. Triangle équilatéral

Figure 16



Le premier est un triangle remarquable car il a trois angles égaux de 60°, trois côtés de longueur égale, et ses bissectrices sont confondues avec ses médianes, ses hauteurs et ses médiatrices. Lors d'une symétrie d'axe confondu à l'un de ses côtés, il se forme un losange, puis par rapport à un autre côté, un trapèze, et suite à la troisième symétrie, un nouveau triangle équilatéral, dont la longueur des côtés est deux fois plus grandes que celles du premier, composé de quatre triangles équilatéraux. Nous pouvons ensuite répéter l'opération des symétries, afin d'obtenir à chaque fois un autre grand triangle équilatéral. On voit donc l'importance ici de ce triangle, simple à construire, qui donne un très bon résultat en quatre symétries.

3. Triangle rectangle-isocèle

Pour le triangle rectangle isocèle, le même procédé s'applique, mais à la place d'avoir un losange et un trapèze, nous obtenons un carré.

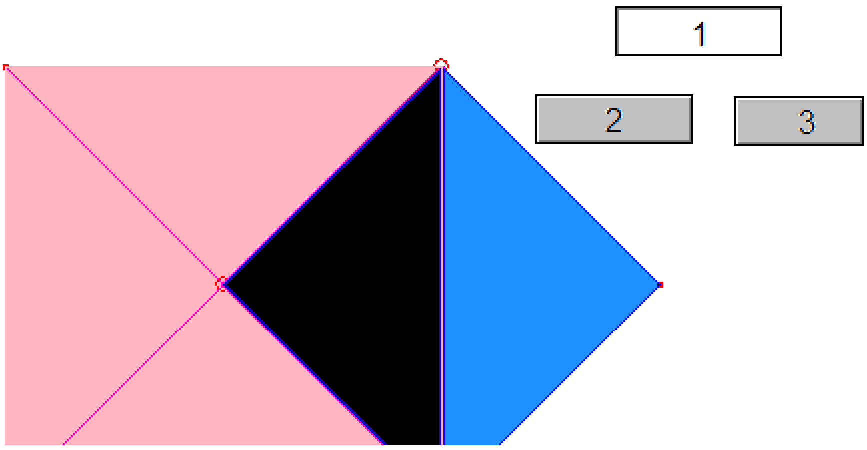


Figure 17

4. Triangle équerre

Pour le troisième exemple, nous avons besoin de travailler dans un triangle équilatéral. Il existe en effet un triangle rectangle, dont les proportions supposent une construction précise, qui permet, par six symétries, d'obtenir un triangle équilatéral. Ce triangle se construit comme suit: un segment [A, B] d'une longueur quelconque, une droite orthogonale au segment par A, puis prenez sur cette droite un distance égale à $\|\overrightarrow{AB}\|\sqrt{3}$. À cette distance correspond le point C du triangle rectangle. En dessinant ce triangle, les proportions nous rappellent fortement les équerres, et après quelques rapides calculs, nous arrivons à la conclusion qu'une équerre est semblable au triangle que nous venons de fabriquer.

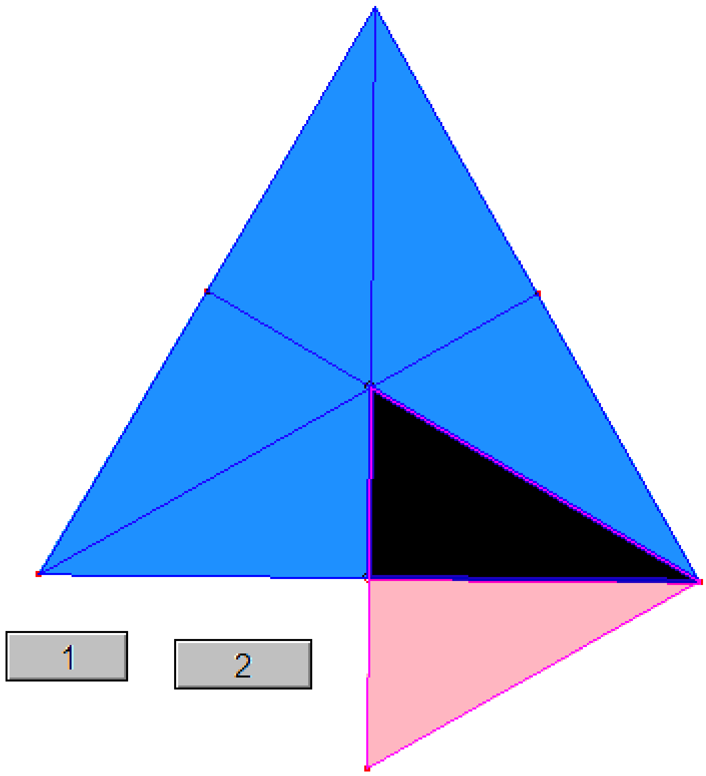


Figure 18

Mais la magie de ce triangle que l'on croise si souvent dans les salles de classe est dans ses symétries. Car en prenant la symétrie de ce triangle par son hypoténuse, puis par son plus petit cathète, nous obtenons un nouveau triangle, semblable au premier, mais dont les dimensions sont $\sqrt{3}$ fois plus grand.
En continuant et répétant ces deux étapes avec le petit triangle généré, nous arrivons à un triangle équilatéral et nous pouvons alors créer une macro qui permet un pavage par symétrie de tout le plan grâce à ce triangle de base.
En effet, les matheux auront, en voyant $\sqrt{3}$ directement pensé, j'en suis sûr, à tan(60°). Or 60° est l'angle le plus important dans le triangle équilatéral, et en fait ce triangle spécial n'est que la moitié d'un triangle équilatéral de côté $2\|\overrightarrow{AB}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$, ce qui se voit directement en faisant, du premier triangle ABC une symétrie axiale dont l'axe serait le grand cathète.

L'intérêt ici, d'avoir trois triangles pour faire un pavage, est de ne pas avoir toujours les mêmes symétries, et donc d'avoir un plus large choix pour la fabrication du kaléidoscope. Une nouvelle sorte d’aléatoire est créée grâce à ces triangles différents. Le triangle le plus souvent utilisé est le triangle équilatéral, car il est simple a fabriqué par un amateur. Les deux autres offrent un plus grand nombre de symétries, ce pourquoi ils sont utilisés pour les vrais kaléidoscopes.

6 Modélisation

Dans ce paragraphe, plus centré sur la recherche, nous allons voir ce que permet le programme cabri dans des domaines peu utilisés. En effet, étant plutôt utilisé pour des illustrations de la géométrie, et moins pour des phénomènes comme ceux du kaléidoscope, il se posera plusieurs difficultés pour rendre les effets kaléidoscopiques dont nous avons parlé et nous verrons :

- Les problèmes de modélisation
- Le verre dichroïque
- Les figures à effet kaléidoscopique

Mais nous commencerons par voir la modélisation des kaléidoscopes en trois dimensions.

A. Modèle 3D

1. Pourquoi pas

Les kaléidoscopes sont en général formés par trois miroirs parallèles formant un prisme droit à base triangulaire. Il existe pourtant des brevets plus ou moins récents pour des kaléidoscopes dont les images ne se voient pas sur un plan, mais sur une sphère, ou au moins sur des morceaux de plans qui forment une boule. Ces kaléidoscopes donnent des effets tout autre que ceux que nous verrons par la suite, mais leur modélisation est beaucoup trop complexe pour Cabri II plus. Il nécessiterait l'utilisation de Cabri 3D.

2. Quelques images

Voici tout de même quelques images de ce que montrent ces kaléidoscopes spéciaux.

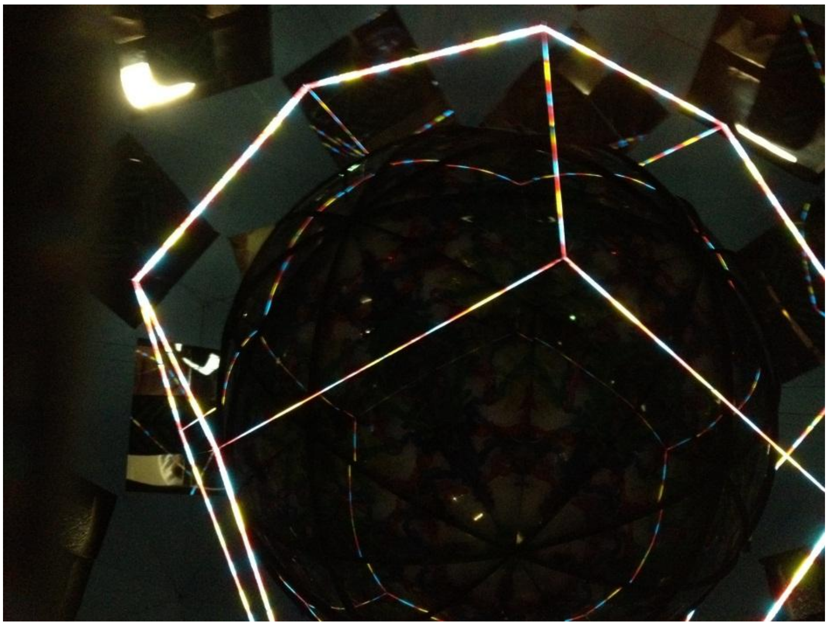


Image 8 : Kaleidoscope 3D 1

Image 10 : Kaléidoscope 3D 2

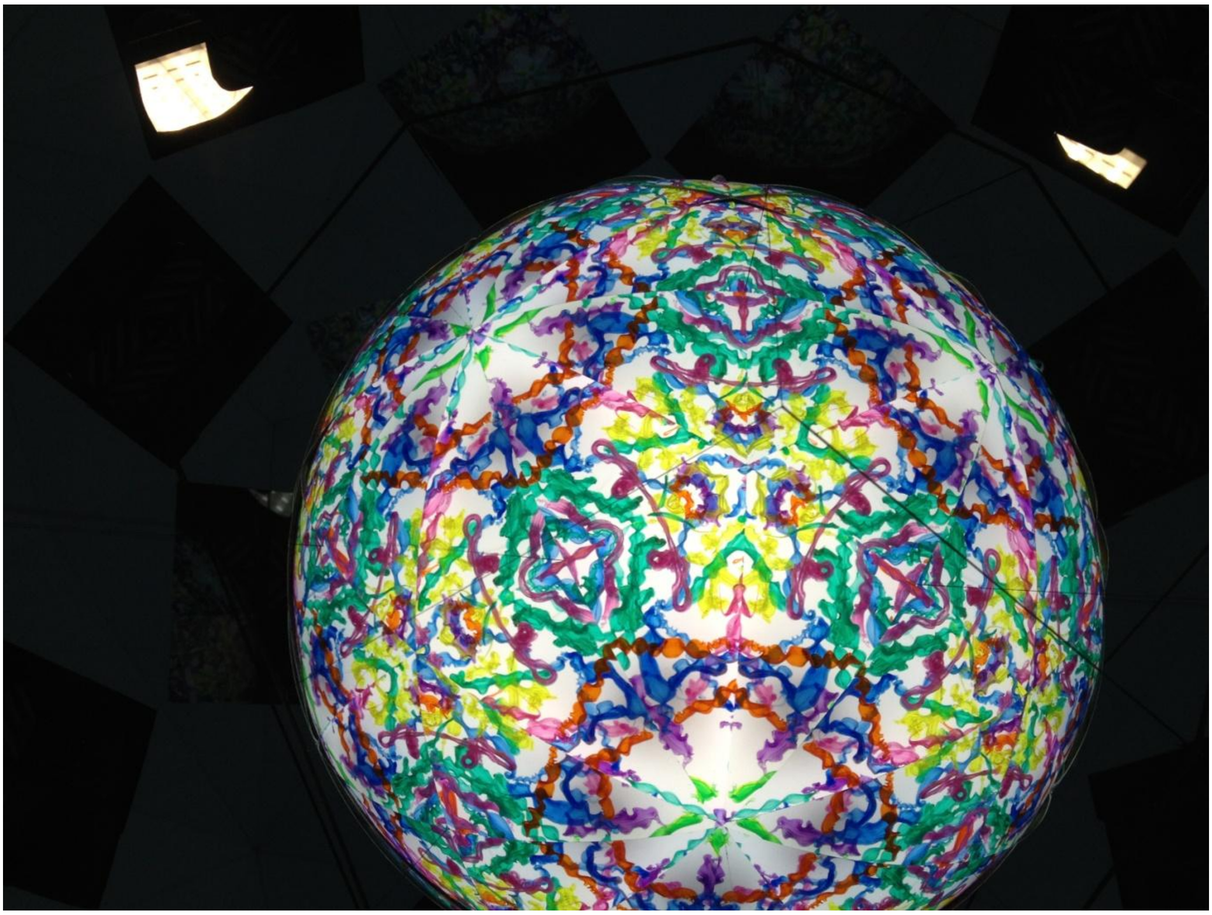


Image 9 : Kaléidoscope 3D 3

B. Modèle 2D

1. Problèmes de modélisation

a) Cercle de réflexion

Le premier problème est l'infinité des images du kaléidoscope. Le jouet renvoie beaucoup d'images, et il est impossible de toutes les voir sur cabri. Heureusement, dans le vrai kaléidoscope, toutes les images ne sont pas reflétées. Il n'y a en effet que deux ou trois réflexions par miroirs, ce qui fait au maximum une trentaine d'images, car nous ne voyons plus les reflets suivants pour les raisons que nous avons expliquées précédemment. En principe, seule la première réflexion est vue par l'utilisateur, car l'image reflétée est en constant changement, ce qui est un des buts du kaléidoscope. Ce pourquoi la partie la plus intéressante du kaléidoscope peut être modélisée à partir d'un ou deux cercles de réflexion[6], ce qui rend la figure plus simple, mais aussi plus réelle. Ceci permet de montrer le kaléidoscope sur une seule figure cabri pour chaque cas différent, en ne faisant que trois cercles de réflexion. Ouvrez-les avec Cabri si vous voulez les modifier.

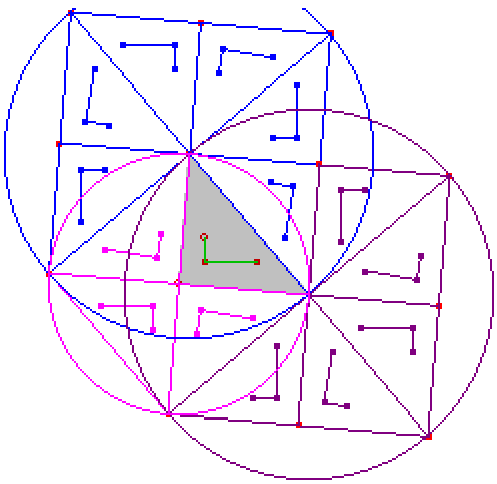


Figure 20

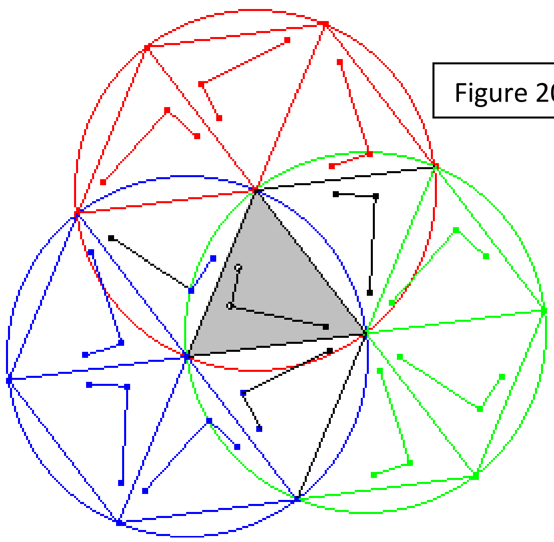


Figure 20

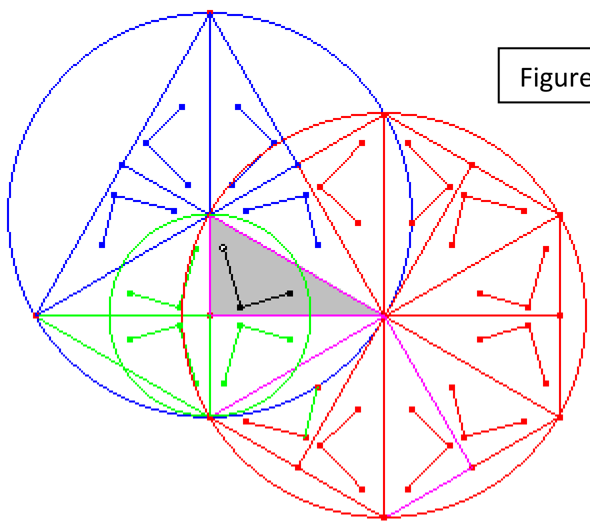


Figure 21

b) Image triangulaire

Le deuxième problème à traiter sur cabri est l'image reflétée en elle-même. Par exemple, pour le téléidoscope, une sorte de kaléidoscope dans lequel les images regardées sont celles de la réalité extérieure, l'image de base est comprise dans un triangle, comme dans tous les kaléidoscopes. Dès que cette image n'est plus dans le triangle, c'est une autre qui la remplace, cette image change donc constamment. Elle est très complexe, comme l'on peut s'en douter. Un morceau de maison par-ci, de route par-là, d'une voiture à moitié coupée, un bout de ciel avec un nuage.

Image 11 : Téléidoscope

Mais c'est la combinaison de cette complexité aléatoire qui fournit les plus belles images. Un peu de rouge, jaune, vert, bleu. Tout cela prend forme une seconde puis est remplacé par quelque chose de nouveau. Il y a donc une grande part d'aléatoire présente dans la réalité que nous révèle le kaléidoscope. La complication vient du fait que, dès que la figure sort du triangle, elle doit être remplacée par autre chose. Elle ne peut en tout cas pas continuer à être reflétée à côté du triangle car le triangle est formé par les trois miroirs qui font la réflexion. L'illustration, et avec elle ses reflets, doivent disparaître lorsque l'original sort du triangle. Et là commence le vrai problème de la modélisation de ces images réelles.

Ces photos doivent être triangulaires pour entrer dans la boîte à images. Or il n'est pas possible d'avoir une image de cette forme sur cabri. Le mieux que l'on puisse avoir est un losange ou un rectangle. Avec cabri on peut en effet attacher aux figures géométriques des images, notamment aux segments, aux rectangles, mais aussi aux triangles.

Cependant, alors que les segments et rectangles forment des images normales, c'est-à-dire sans déformation majeure, les triangles créent des images comprises dans des losanges. Il y a donc une déformation des angles, qui donnent aux images attachées aux triangles des proportions qui rendent les images méconnaissables. C'est donc soit un problème majeur, selon que l'image est moins belle déformée, soit un problème mineur qui donne encore un aspect plus aléatoire, selon que l'image ne représente pas grand-chose à la base. Sur ce point je vous laisse considérer l'image ci-contre.

Figure 22

Pour la suite du problème, l'image n'est toujours pas triangulaire, mais de la forme d'un losange. Couper l'image de manière à l'obtenir de forme triangulaire serait une possibilité, mais je ne connais pas de programme qui accepte une image de cette forme.
Plus facilement, comme le fond de cabri est blanc, en remplaçant par du blanc toute une moitié de l'image avec un programme de dessin est réalisable puisque le logiciel « Paint » permet ce genre de modification très facilement. L'image apparaît alors comme un triangle, mais elle est tout de même de la forme d'un losange, et cela ne permet de faire la réflexion qu'avec deux miroirs. Si nous faisons la réflexion avec le troisième miroir, le blanc passera par-dessus les autres images et gâchera le résultat en ne donnant pas toujours la partie colorée de l'image. Avec cette méthode, il est néanmoins possible d'arriver à de jolis résultats, seulement si l'image est travaillée à l'avance, avec un seul cercle de réflexion.

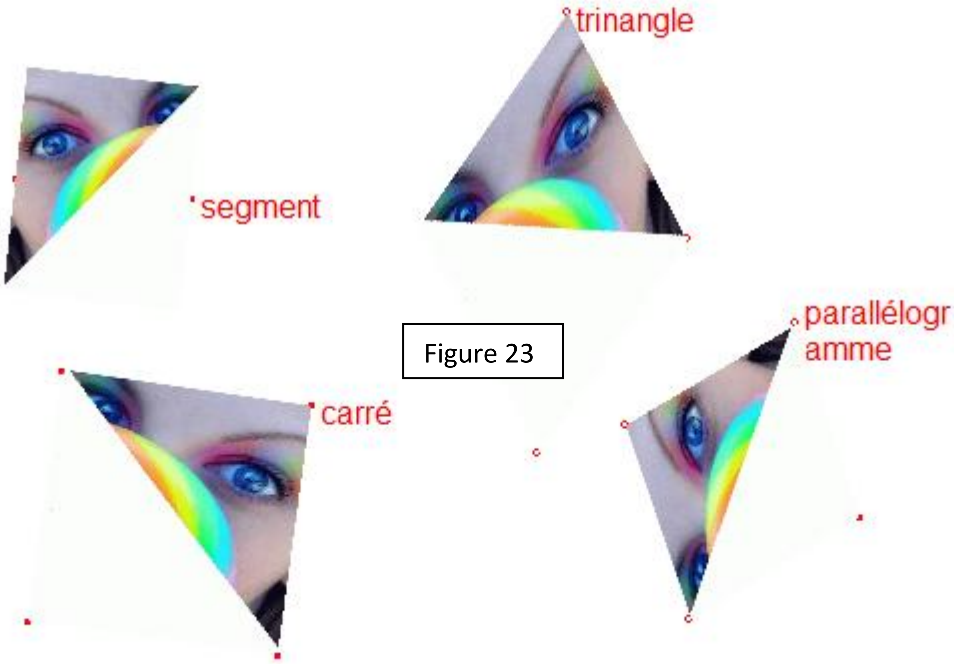


Figure 23

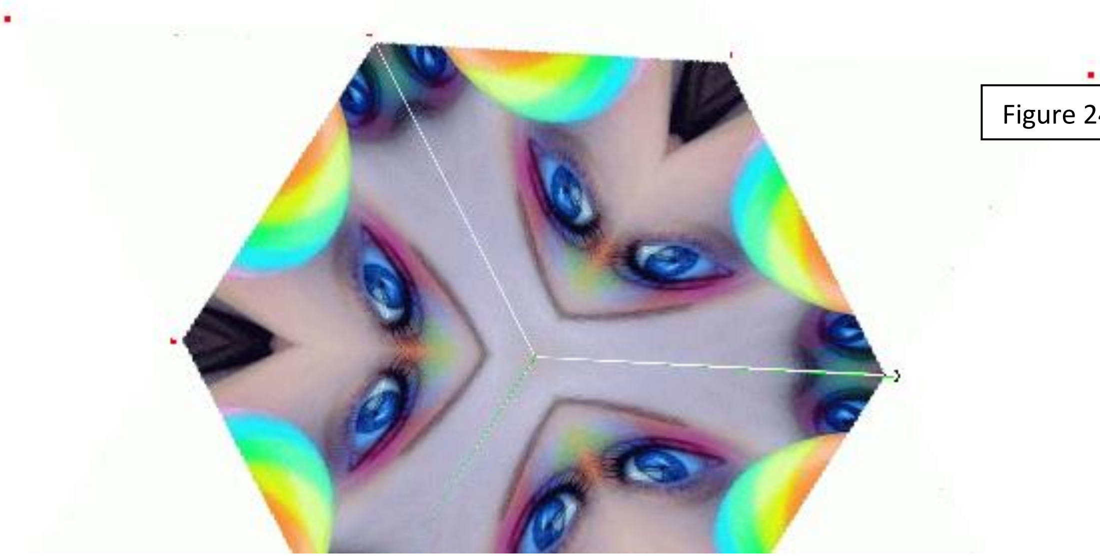


Figure 24

Le dernier procédé consiste à admettre que l'image est un triangle avec des bords blancs. Elle apparaît alors comme un losange. Ainsi l'image n'a pas à être modifiée. De cette manière, nous pouvons même faire plusieurs réflexions, et remplacer le blanc par du noir pour faire plus réel. Nous arrivons à des images qui ressemblent à celles que l'on peut voir dans un vrai kaléidoscope.

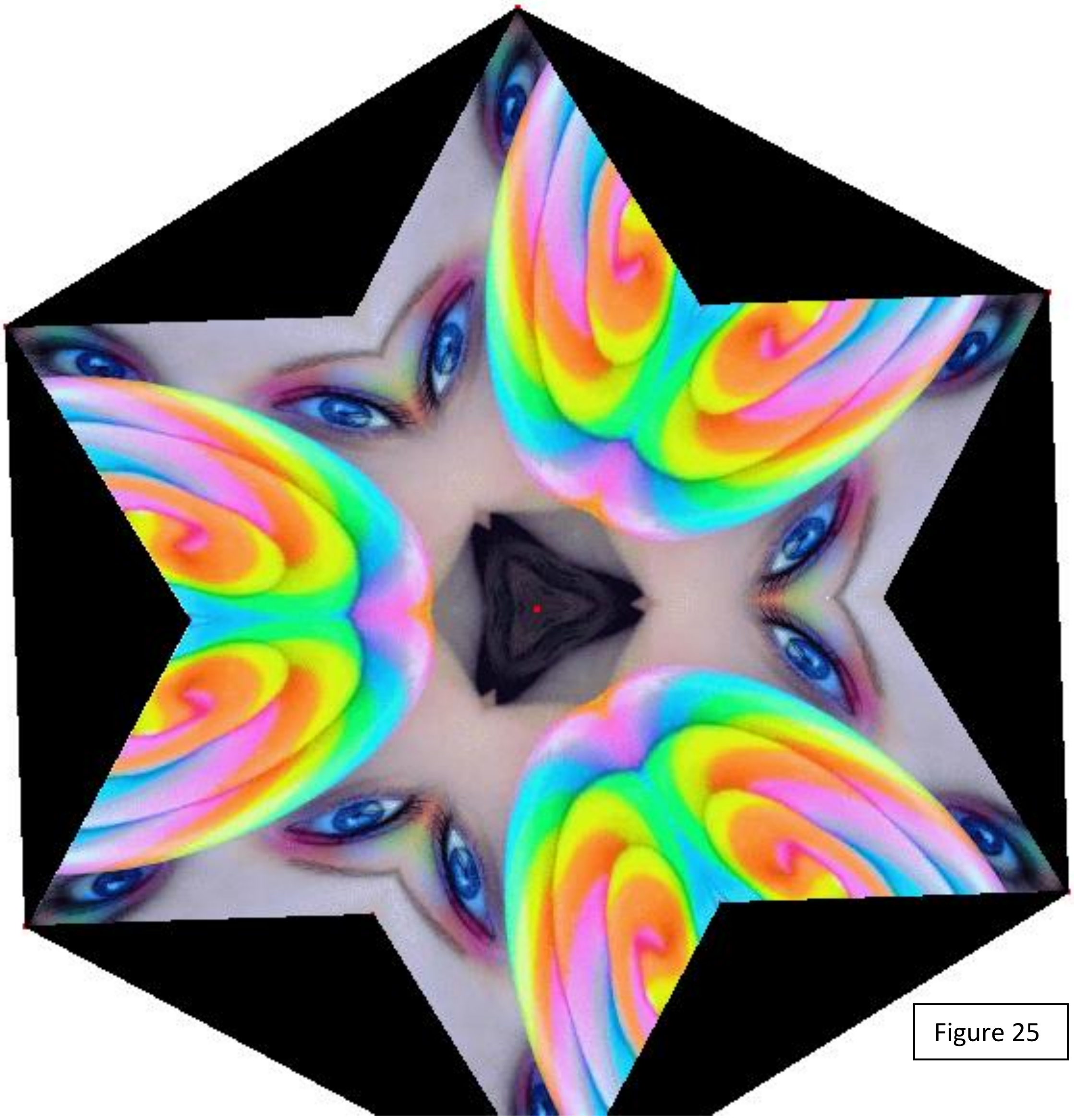


Figure 25

Pour arriver à une image encore plus réelle, il faudrait modifier l'image dans le sens contraire de la déformation qu'elle subirait en se faisant mettre dans un triangle. Mais cela est déjà plus compliqué à réaliser, car je n'ai pas les connaissances nécessaires dans les programmes de dessin pour modifier l'image.

Il faut cependant savoir que la manière la plus courante pour ce genre de programme permettant de créer des kaléidoscopes sur ordinateur est le langage java, qui permet de superposer plusieurs couches d'images, et ainsi de créer une sorte de téléidoscope. Il y a notamment plusieurs sites internet qui proposent ce mode de fonctionnement, et plusieurs applications pour téléphones portables, notamment l'IPhone.

c) Figure kaléidoscopique réelle

Modéliser cette partie boîte à images du kaléidoscope est long et fastidieux, car ce n'est pas possible de faire de macros globales permettant de réaliser vite et bien ce qui suit. Une fois finie, une figure qui contient cette modélisation donne un résultat très réel, mais très primitif. En effet, pour chaque objet cabri, il faut lui faire subir une série d'opérations très précises afin qu'il disparaisse lorsqu'il sort du triangle. Nous verrons ici un exemple simple, qui devient déjà très complexe. Faire disparaître un cercle lorsqu'il sort du secteur d'un triangle de miroirs, c'est-à-dire que l'on considère le troisième miroir à l'infini.

En commençant par le plus simple, en utilisant un des trois triangles spéciaux prévus pour le kaléidoscope, le triangle équilatéral. Pour le modéliser, construisons un cercle c1 de centre O1, de rayon r1 quelconque réglé par un curseur. Le triangle équilatéral ayant trois angles de 60°, il est facile à construire grâce à un deuxième cercle c2 dont le centre O2 se trouve sur c1 et dont le rayon est r2=r1, soit le même rayon que c1. Soient A et B les points d'intersections de c1 et c2. Les droites (O1;A) et (O1;O2) ont un angle de 60°, de même que (O1;B) et (O1;O2). Le triangle équilatéral est donc construit avec les points O1, O2, et soit A, soit B, prenons A ici. Comme le troisième miroir (A;O1) est à l'infini, nous pouvons sans autre le cacher et avec lui les deux cercles c1 et c2, ainsi que les points A et B. Nous pouvons le faire réapparaître grâce aux boutons[7].

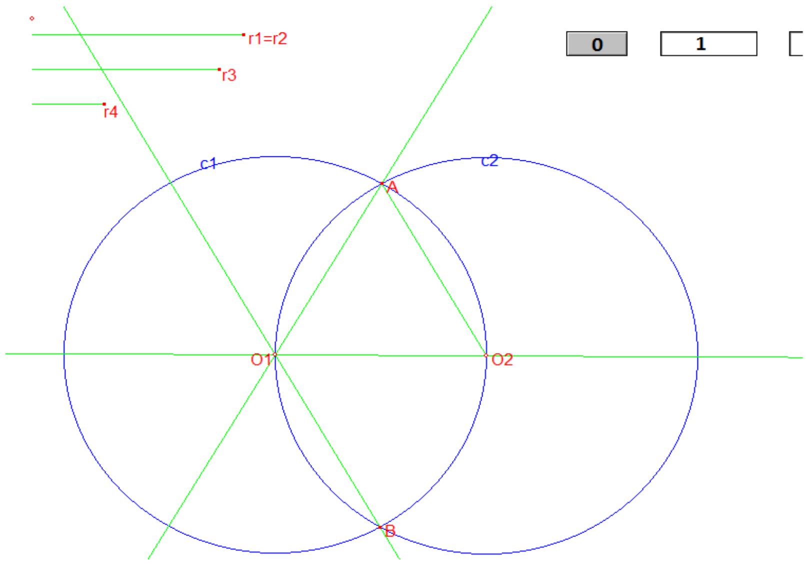


Image 12 : Kaléidoscope réel 1

Choisissons alors un nouveau curseur r3, pour faire un cercle c3 centré en O1, sur lequel nous plaçons notre cercle c4, réglé par r4, de centre O4 sur c3.
Ici nous avons notre cercle qui apparaît dans le compartiment à images du kaléidoscope. Il doit donc disparaître lorsqu'il quitte le triangle. Mais surtout lorsqu'un bout du cercle dépasse hors du triangle, ce bout doit s'effacer, et le cercle devient un arc de cercle qui doit être reflété. Pour cacher ce morceau de cercle, il y a plusieurs manières ; mettre un cache sur l'arc de cercle qui doit disparaître, mettre un cache autour du triangle équilatéral pour rendre invisible tout ce qui dépasse ou encore cacher tout le cercle et refaire un autre arc de cercle au bon endroit.

[7] Chaque bouton doit être refermé avant d'ouvrir le suivant.

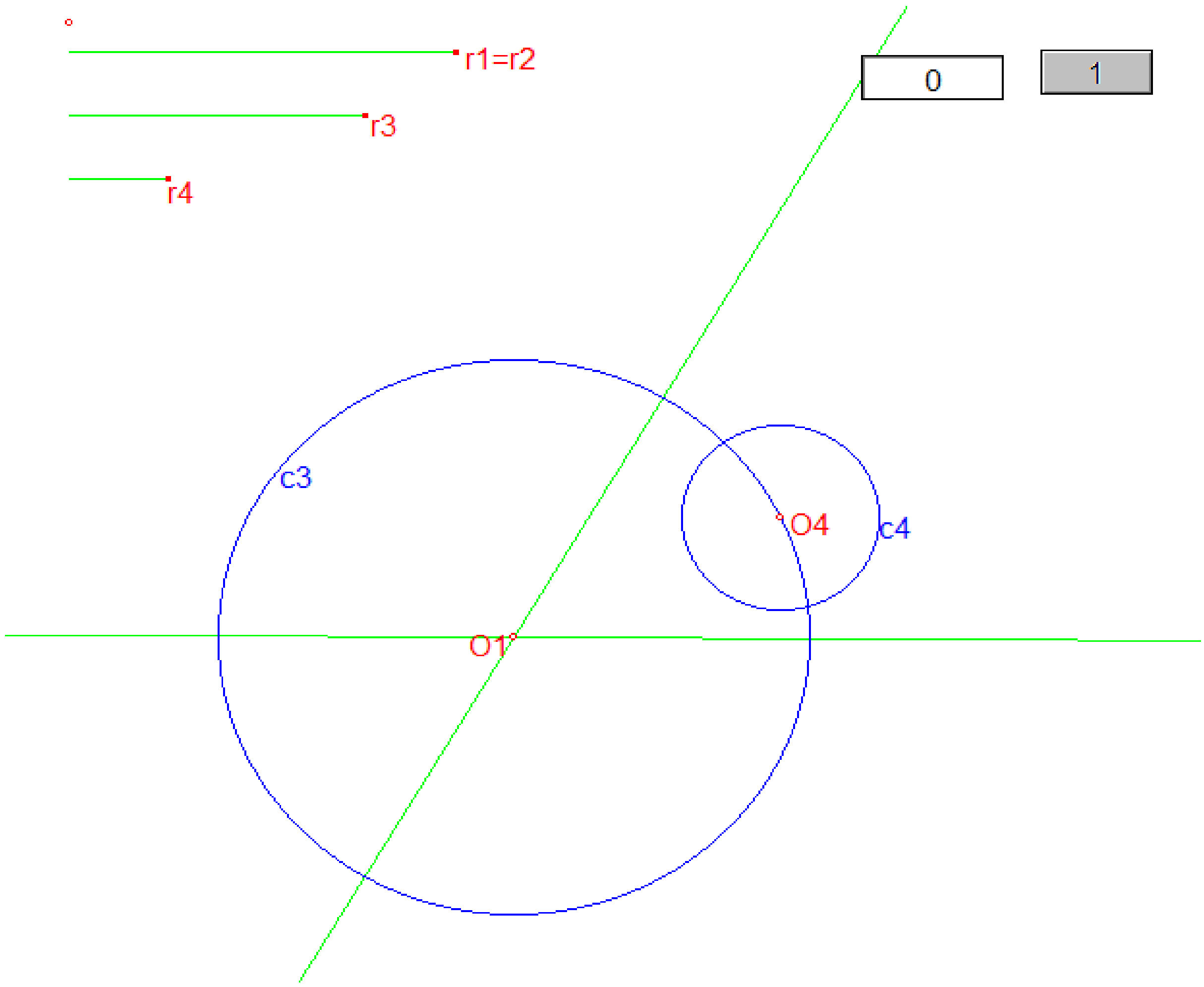


Image 13 : Kaléidoscope réel 2

La première méthode consiste simplement à fabriquer un arc de cercle dont la couleur est celle du fond de cabri, afin de faire croire qu'il s'efface. Mais ce n'est pas pratique pour la suite.
La deuxième manière de faire est peu utile par après car elle consiste à mettre un cache opaque fabriqué à partir de figures avec l'option opaque tout autour du triangle. Alors, suivant le moment où le cache est fabriqué et la forme qu'il a, nous pouvons remettre des autres images par-dessus ce cache. Mais ces autres images ne sont pas très faciles à créer, car l'option opaque n'est pas vraiment utilisée pour des situations autant compliquées.
Pour la dernière façon, on utilise ce qu'on appelle des macros logiques. Ce sont des macros qui utilisent les fonctions de cabri afin d'arriver à modéliser des conditions. Comme par exemple : si un point est dans un cercle, créer son symétrique par rapport au centre ; s'il est dehors du cercle, faire disparaître son symétrique. Ici il s'agit d'une macro-logique très simple pour illustrer l'utilité de toutes les macro-logiques. En généralisant, les macros-logiques permettent de faire apparaître des objets lorsque certaines conditions sont vérifiées. C'est extrêmement pratique pour ce que nous voulons faire. En effet, en utilisant une de ces macros-logiques, la macro Ping-Pong, spécialement reprise du cours de 3ème année pour cet exercice sur cabri, nous pouvons faire apparaître et disparaître le cercle et l'arc de cercle.

En fait, le cercle c4 croise toujours le cercle c3 en deux points distincts C et D. Et lorsque le cercle dépasse par l'un des côtés le triangle équilatéral, l'un de ces points sort lui aussi du triangle équilatéral, avec une marge d'erreur minime. Ce sont nos points logiques.

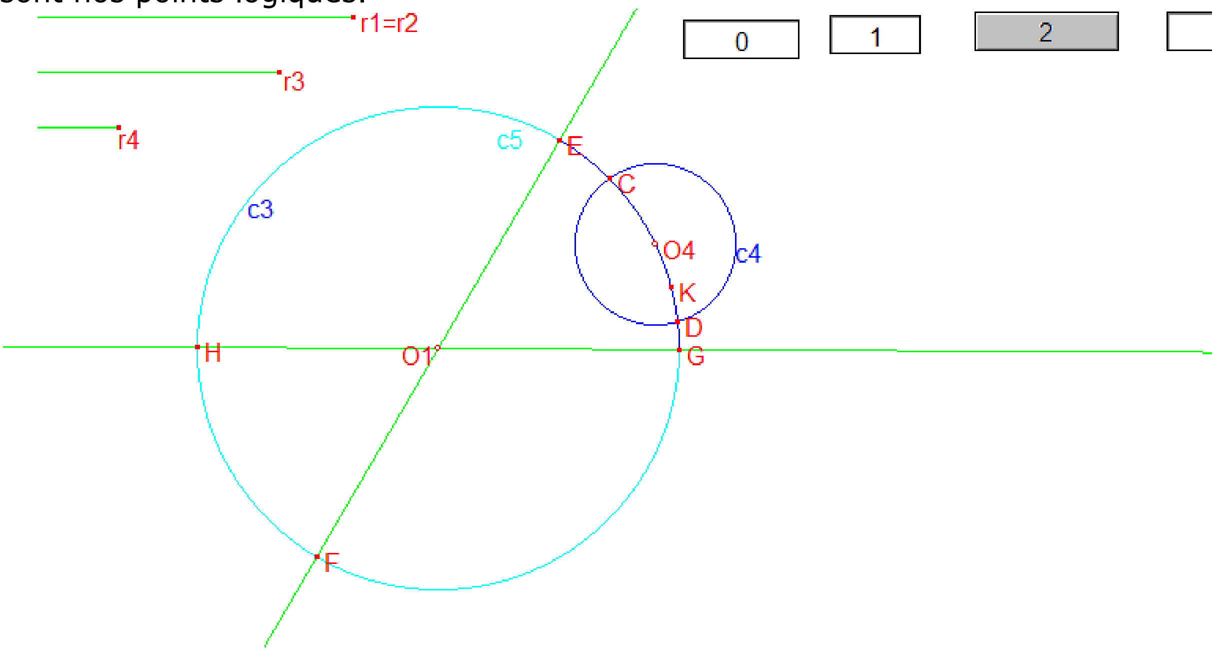


Image 14 : Kaléidoscope réel 3

Construisons les points d'intersection du cercle c3 avec les droites (O1;A) et (O1;O2) E, F, G, et H. Sur l'extérieur du cercle c3, cachons F et fabriquons un arc de cercle c5 passant par les points E, H et G. Ainsi, lorsque le cercle c4 dépasse le triangle, il intercepte c5 en un point I d'un côté, en J de l'autre. Ces deux points n'apparaissent qu'en ces cas spéciaux, et aussi lorsque le cercle est complètement hors du triangle. Faisons la même chose quand le cercle est à l'intérieur du triangle, en construisant l'arc c6 passant par E, K et G, K étant un point sur c4 dans le triangle.

Comme il faut penser à tous les cas, on voit qu'il ne faut pas que des arcs apparaissent aux mauvais endroits, notamment dans l'autre secteur triangulaire. Construisons alors les demi-droites [O1;A) et [O1;O2). On peut alors cacher les points qui ne servent qu'à construire des éléments plus importants, car ce sont des points qui alourdissent la figure. Nous cachons donc A, E, G, H et K afin d'alléger visuellement la figure, ainsi que les droites (O1;A) et (O1;O2). De même, le cercle c3 peut aussi être caché. Utilisez le bouton 2 pour les montrer. Il faut encore un point sur c4 appelons le N, qui permet de reconstruire le cercle. Construisons également les points d'intersection de c4 avec c6, soient L et M. Nous voyons alors que M devient J lorsqu'il sort du triangle, et L devient I. Ces quatre points sont les quatre points logiques permettant de créer des objets grâce à la macro Ping-Pong.

La macro Ping-Pong s'utilise très simplement. Si un point existe, alors faisons apparaître sous un autre point, un point qui n'existe que si le premier existe. Soit deux points, dont un étant un point conditionnel. Soit A le point de condition, et B le point sous lequel nous voulons faire créer un autre point C. Pour cela, en faisant une symétrie centrale de B par rapport à A, nous avons un point B1. En faisant à nouveau la symétrie mais dans le chemin inverse, soit B1 par rapport à A, nous avons un point C à l'endroit exact de B. Mais si A disparaît, alors C disparaît avec lui. C'est le principe de la macro Ping-Pong.

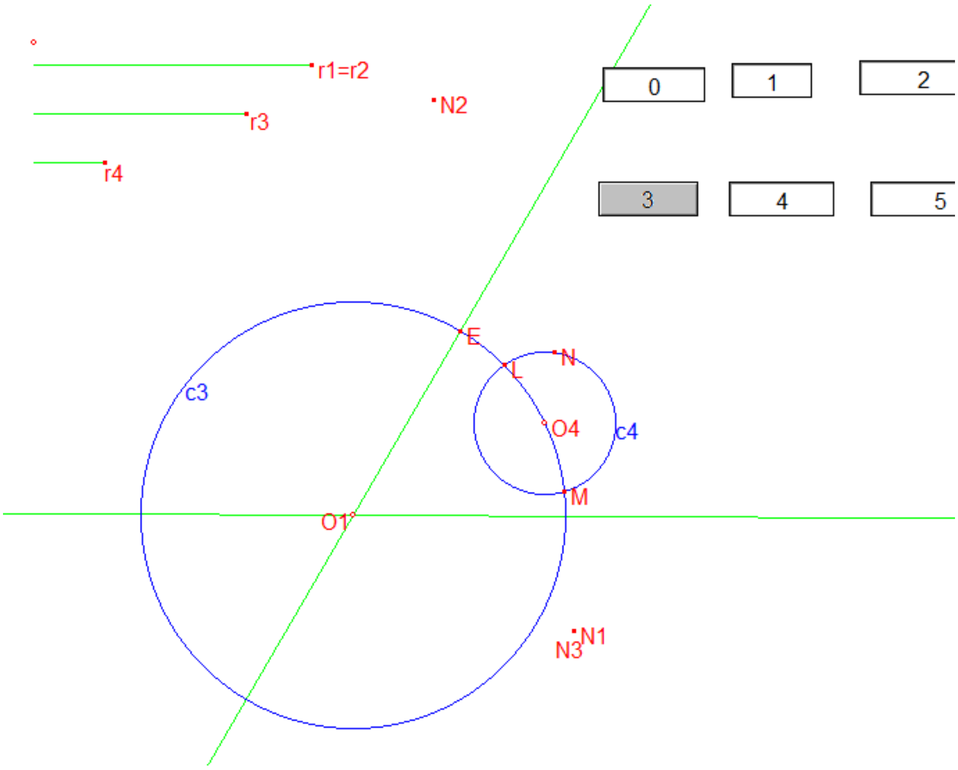


Image 15 : Kaléidoscope réel 4

En l'utilisant plusieurs fois, nous arrivons à nos fins avec I, J, L, M et N. Ici nous utilisons deux fois la macro, en la modifiant quelque peu : si L et M existe, alors le cercle c4 doit apparaître, car il est dans le triangle en entier. En faisant une symétrie de N par M, qui donne N1, puis de N1 par L qui donne N2, on s'assure de l'existence de L et M. En faisant faire à N2 le chemin inverse, nous arrivons à un N4 qui se trouve à la même place que N, mais seulement si L et M existent. Nous pouvons alors créer le cercle c7 qui passe par O4 et N4, et qui disparaît lorsque un des deux points L et M disparaît. Pour finir, cachons les points de construction N, N1, N2 et N3. Nous aurions pu faire plus rapidement en utilisant directement la Ping-Pong tel qu'elle est à la base, en l'appliquant une fois à N et M qui donnerait un N' sous N si M existe, puis une deuxième fois à N' et L, qui donnerait N''=N4 sous N si L existe aussi.

Nous voyons ici que la créativité ouvre plusieurs chemins.

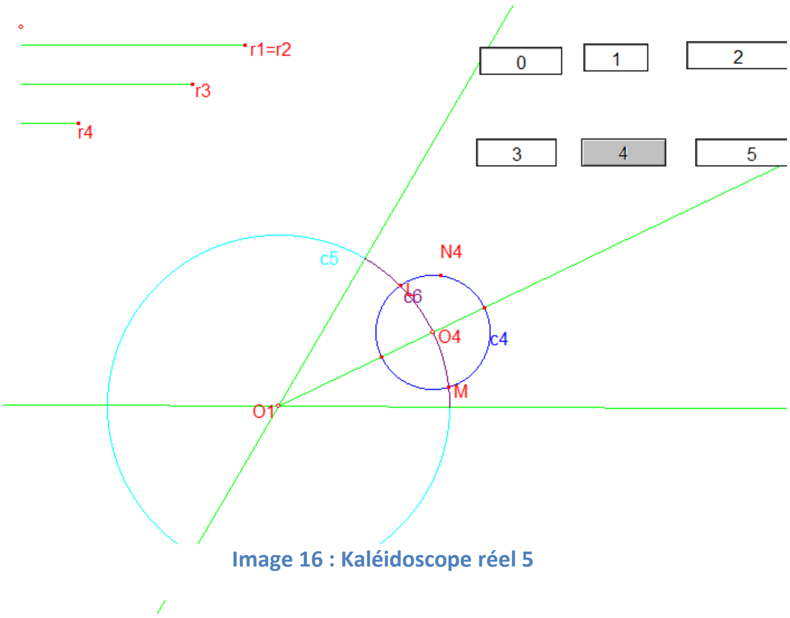


Image 16 : Kaléidoscope réel 5

Pour les arcs, le principe est le même, et nous pouvons les construire en utilisant les bons points. Une fois à ce stade, les quatre cas examinés sur la figure, les arcs dessinés, le reste est plutôt simple. Faire les symétries nécessaires, sans en oublier aucune, afin d'avoir l'effet réel du cercle qui disparaît du kaléidoscope, et cacher tout ce qui n'est plus utile avec le bouton 4. Et voilà, une figure des plus abouties au niveau réalité.

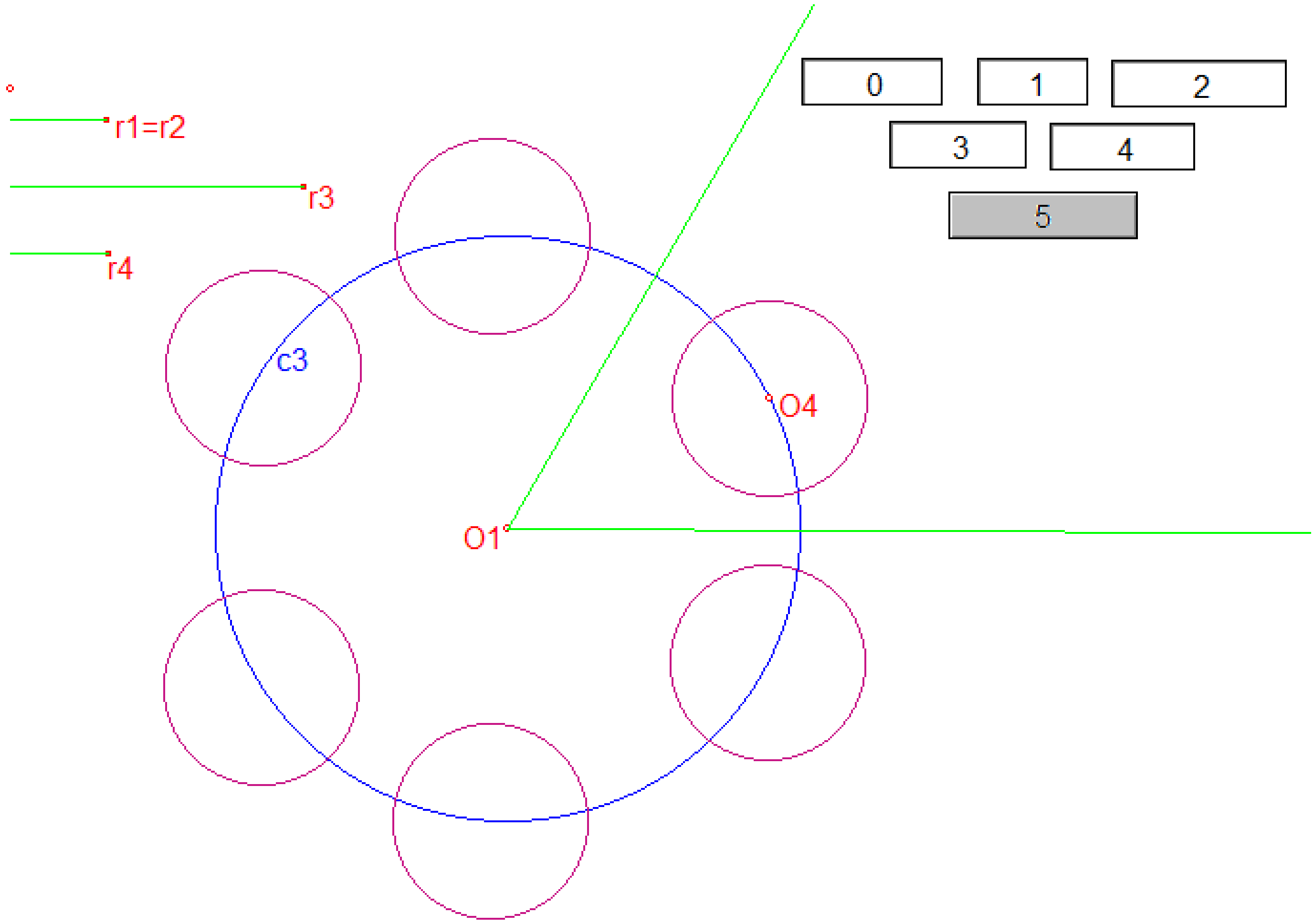


Figure 26

Ensuite, nous pouvons faire de même avec d'autres formes géométriques que le cercle, par exemple un triangle, mais cela rallonge énormément le temps passé pour créer le même effet. La macro-logique est à refaire entièrement puisque il faut l'adapter à un triangle, mais aussi à des pentagones irréguliers, voire à des heptagones irréguliers. Très vite, la confusion s'installe dans la figure mais la concentration permet d'arriver au bout. Et le résultat est excellent. Voyez par vous-même.

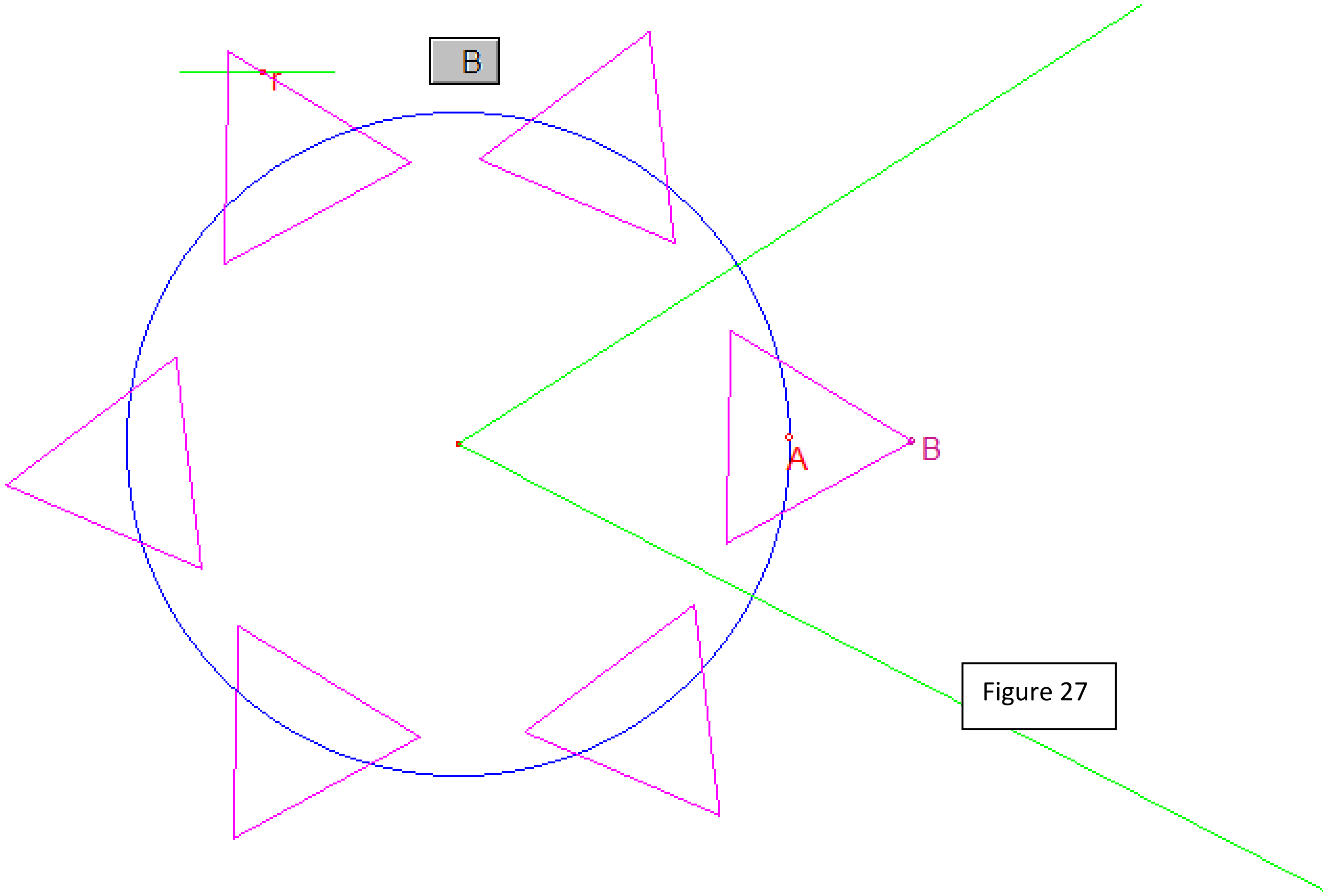


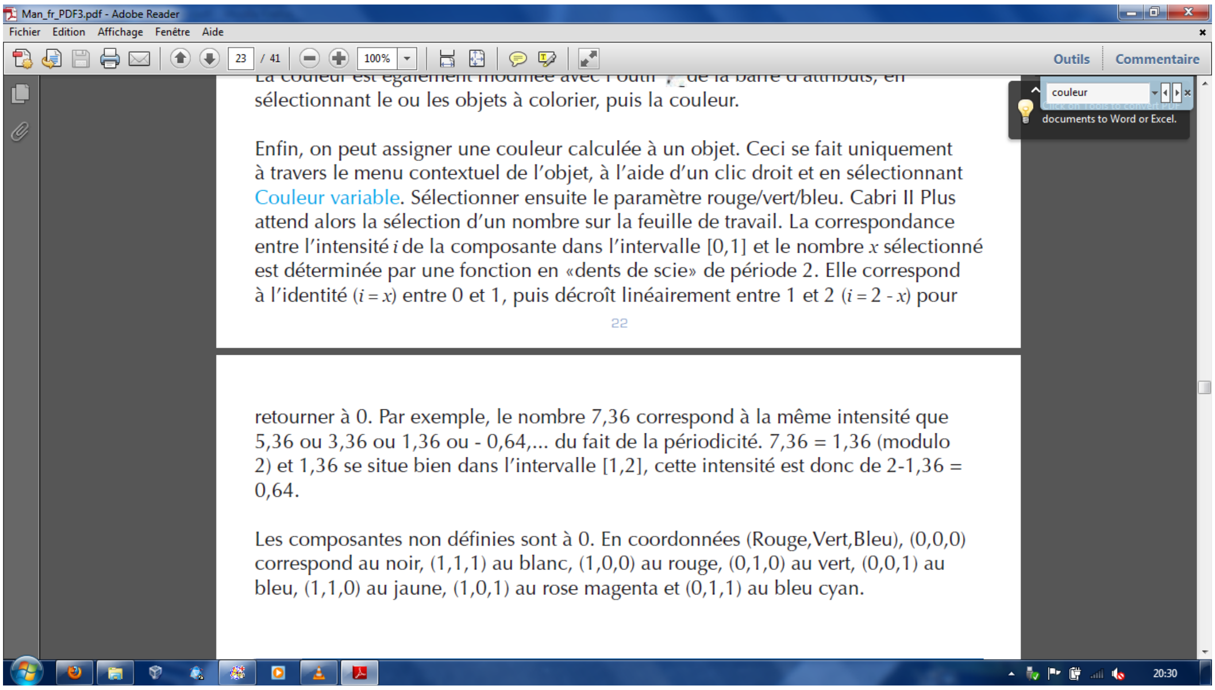
Figure 27

2. Le Verre dichroïque

Le verre dichroïque est le verre spécial utilisé au début par la NASA, puis ensuite dans la fabrication de bijoux pour sa particularité de changement de couleur selon l'angle de vue. Dans cette partie, nous allons voir plusieurs manières de modéliser ce jeu de couleurs variables.

a) L'aléatoire

Tout d'abord, il faut plusieurs paramètres pour la couleur. Sur les objets cabri, il y a un onglet « couleur variable » puis une liste de trois paramètres, rouge, vert ou bleu. Ne sachant pas les utiliser au début, je cherche les instructions qui se trouvent dans le manuel d'utilisation de Cabri-géomètre. Et elles nous apprennent qu'il faut un nombre compris entre 0 et 2 par paramètre, et que si ce nombre est trop grand, une fonction modulo 2 lui est appliquée. Ce nombre correspond, un peu comme sur un programme de dessin qui va de 0 à 255, à l'intensité de la couleur choisie, 1 étant l'intensité maximum, 0 et 2 marquant l'intensité minimum. Alors, pour modéliser le changement de couleur, il ne nous reste plus qu'à trouver les nombres paramètres qui varieront.



sélectionnant le ou les objets à colorier, puis la couleur.

Enfin, on peut assigner une couleur calculée à un objet. Ceci se fait uniquement à travers le menu contextuel de l'objet, à l'aide d'un clic droit et en sélectionnant Couleur variable. Sélectionner ensuite le paramètre rouge/vert/bleu. Cabri II Plus attend alors la sélection d'un nombre sur la feuille de travail. La correspondance entre l'intensité i de la composante dans l'intervalle [0,1] et le nombre x sélectionné est déterminée par une fonction en «dents de scie» de période 2. Elle correspond à l'identité ($i = x$) entre 0 et 1, puis décroît linéairement entre 1 et 2 ($i = 2 - x$) pour

22

retourner à 0. Par exemple, le nombre 7,36 correspond à la même intensité que 5,36 ou 3,36 ou 1,36 ou - 0,64,... du fait de la périodicité. 7,36 = 1,36 (modulo 2) et 1,36 se situe bien dans l'intervalle [1,2], cette intensité est donc de 2-1,36 = 0,64.

Les composantes non définies sont à 0. En coordonnées (Rouge,Vert,Bleu), (0,0,0) correspond au noir, (1,1,1) au blanc, (1,0,0) au rouge, (0,1,0) au vert, (0,0,1) au bleu, (1,1,0) au jaune, (1,0,1) au rose magenta et (0,1,1) au bleu cyan.

Image 17 : Manuel Cabri

Pour le verre dichroïque, l'angle d'incidence des rayons est très important. Nous avons donc le premier de ces paramètres. Les deuxième et troisième éléments responsables du changement de couleurs sont les couches de métaux que la lumière traverse. Pour rester fidèle à ces propos, il faut faire des recherches sur les indices de réflexion et de réfraction de différents métaux, ce qui prendrait beaucoup de temps, et pour un résultat, très intéressant certes, mais dont le rapport utilité/qualité serait trop faible. C'est pourquoi ces paramètres de couche ne sont pas respectés, mais choisis au hasard. De même, afin de rester dans des effets du même ordre, l'angle est pris au hasard. Toutefois, le hasard se construit de différentes manières.

La manière la plus simple et la plus évidente est d'utiliser une fonction rand(x,y), qui renvoie un nombre aléatoire entre x et y. Si aucun paramètre n'est donné, rand() renvoie un nombre entre 0 et 1. En faisant rand(), le résultat appartiendra à [0 ; 1]. Mais il faut encore que ce résultat change si on le souhaite. En bougeant l'expression elle-même, le résultat change instantanément. Mais ce n'est pas pratique. Alors nous utilisons une astuce de cabri. Mettons un point sur un segment quelconque, et demandons les coordonnées de ce point. Nous obtenons ainsi deux nombres, qu'importe qu'ils soient grands ou petits. Ce qui est primordial, c'est que ces nombres varient lorsque le point bouge. Par exemple, la fonction rand(a-a, b/b+1) donne un résultat différent à chaque mouvement du point qui arrive entre 0 et 2. Comme cabri possède un outil d'animation des objets, le point peut bouger tout seul. De ce fait, rand () étant une fonction aléatoire, nous pouvons utiliser un seul point, appliquer trois fois l'expression rand(a,b) avec les mêmes coordonnées et obtenir trois nombres totalement aléatoires, que nous utilisons comme paramètre pour les couleurs variables.

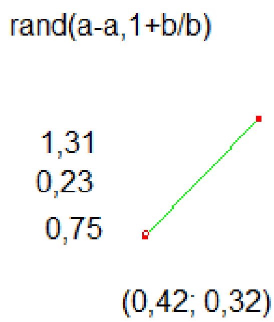


Image 18 : Random()

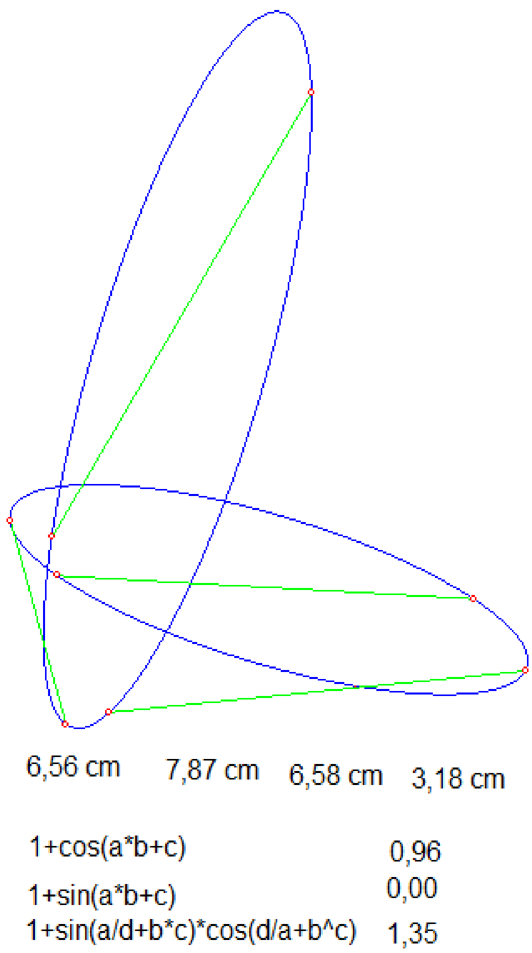


Image 19 : Ellipses

La deuxième façon est plus une recherche par l'esprit. En essayant de chercher quelque chose qui peut symboliser l'aléatoire, j'ai pensé à une ellipse, puis à plusieurs ellipses, et à des points sur ces ellipses. La distance entre plusieurs points est alors aléatoire suivant la vitesse à laquelle ils avancent sur les ellipses. La particularité de l'animation apparaît de nouveau ici, puisque c'est elle qui donne la vitesse aux points. Ainsi avec deux ellipses, quatre points par ellipse, et en reliant les points deux par deux au hasard, puis en prenant les distances des segments créés, nous arrivons à quatre nombres aléatoires. En combinant ces nombres les uns avec les autres de façon désordonnée, en utilisant des fonctions choisies pour arriver entre 0 et 2, comme par exemple 1+cos(a*b+c), nous arrivons à définir trois nombres dont nous pouvons nous servir comme paramètres.

Voici deux styles de fabrication qui permettent d'obtenir une sorte de hasard, un en utilisant une fonction déjà prévue qui est adaptée, l'autre en créant quelque chose d'aléatoire.

b) Couleurs variables

Ici nous pouvons enfin utiliser les trois paramètres des couleurs créées pour changer les options des figures cabri. Avec trois nombres, il y a 27 combinaisons différentes possibles, il y a donc 27 figures qui peuvent être fabriquées en ayant chaque fois un paramètre différent. Pour cela, rien de plus simple. Cliquer sur la figure, choisissez « couleur variable » puis « paramètre *** » et enfin sur le nombre créé avant. Répéter encore deux fois l'opération avec les deux autres nombres, puis il faut aussi changer la couleur de remplissage exactement de la même manière, sans inverser les nombres. Et refaire le tout depuis le premier paramètre pour les autres figures. Pour un effet de style, nous prenons neuf triangles ayant chacun un sommet commun entre tous, et chacun ayant un deuxième sommet commun avec le triangle voisin. Et voilà la modélisation d'un verre dichroïque sur cabri.

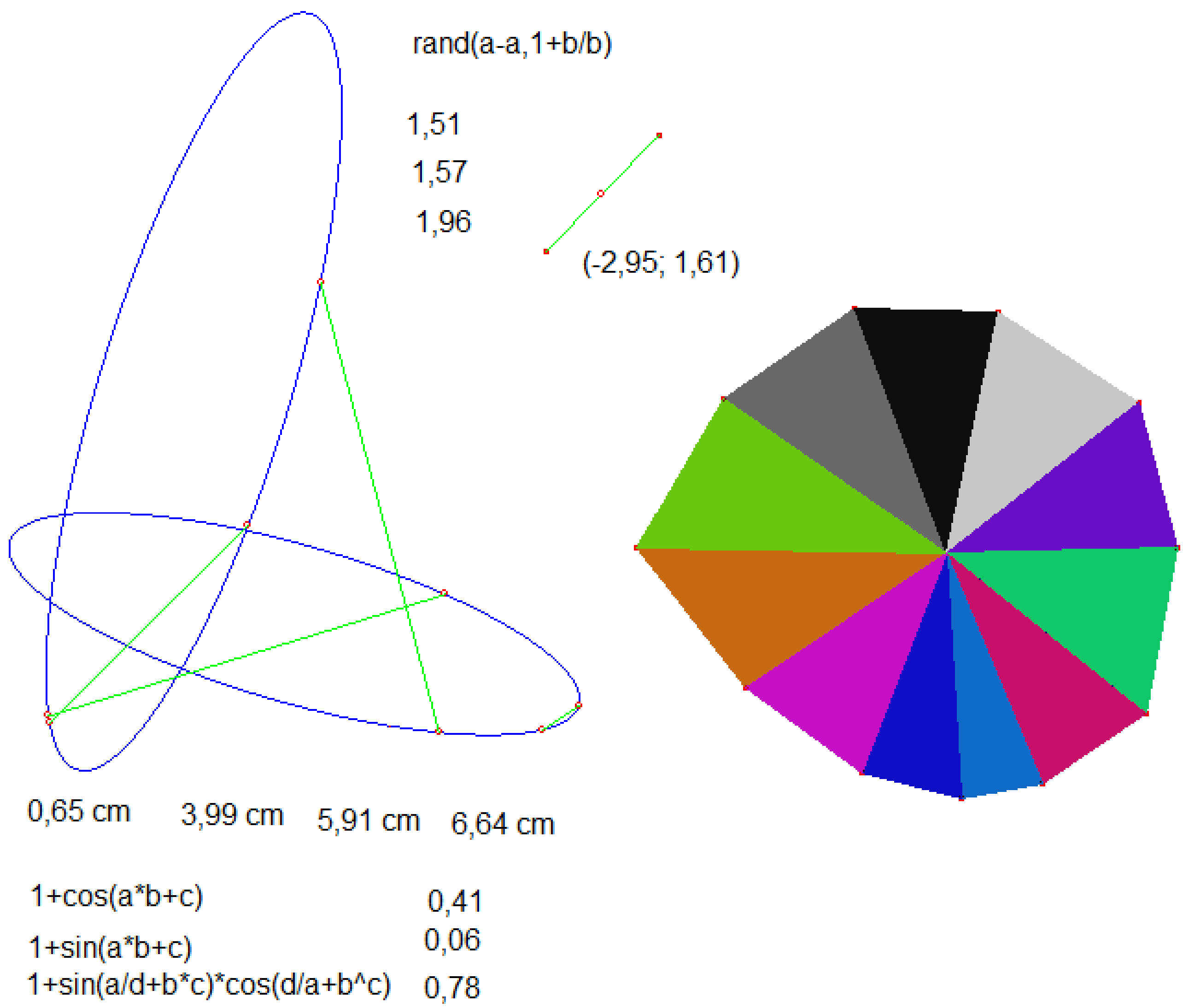
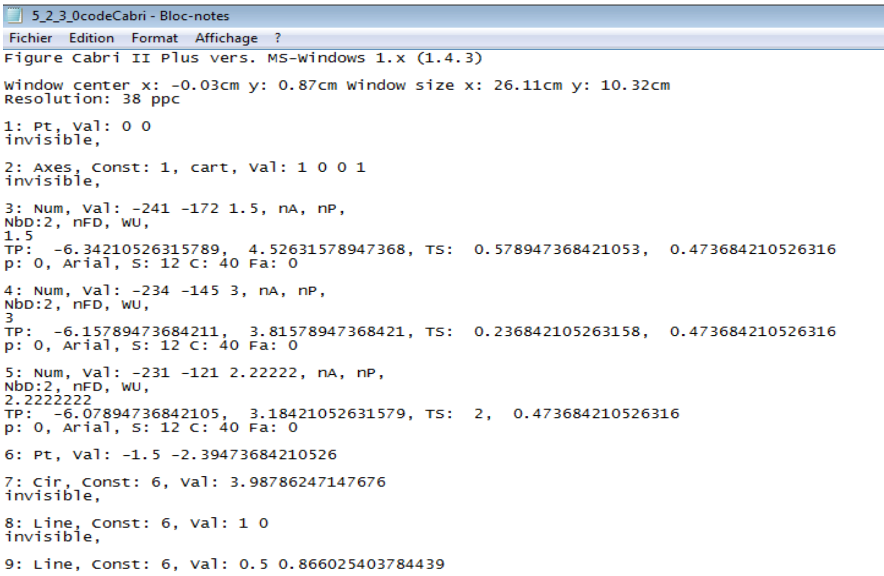


Figure 28

c) Code Cabri

Une partie de cabri est très peu utilisée, car elle est moins accessible. C’est une partie sans interface graphique, sans figure, sans couleur, sans une grande utilisation des outils proposé par Cabri. Cependant, c’est une des parties les plus importantes : le code Cabri. Il est pourtant très accessible comparé à d’autres types de code, car ce code doit encore être traduit par le programme avant de donner à l’ordinateur des données qu’il pourra transmettre à Cabri, afin de fournir les figures.



```
5_2_3_0codeCabri - Bloc-notes
Fichier  Edition  Format  Affichage  ?
Figure Cabri II Plus vers. MS-Windows 1.x (1.4.3)

Window center x: -0.03cm y: 0.87cm Window size x: 26.11cm y: 10.32cm
Resolution: 38 ppc

1: Pt, Val: 0 0
invisible,

2: Axes, Const: 1, cart, Val: 1 0 0 1
invisible,

3: Num, Val: -241 -172 1.5, nA, nP,
NbD:2, nFD, WU,
1.5
TP:  -6.34210526315789,  4.52631578947368, TS:  0.578947368421053,  0.473684210526316
p: 0, Arial, S: 12 C: 40 Fa: 0

4: Num, Val: -234 -145 3, nA, nP,
NbD:2, nFD, WU,
3
TP:  -6.15789473684211,  3.81578947368421, TS:  0.236842105263158,  0.473684210526316
p: 0, Arial, S: 12 C: 40 Fa: 0

5: Num, Val: -231 -121 2.22222, nA, nP,
NbD:2, nFD, WU,
2.2222222
TP:  -6.07894736842105,  3.18421052631579, TS:  2,  0.473684210526316
p: 0, Arial, S: 12 C: 40 Fa: 0

6: Pt, Val: -1.5 -2.39473684210526

7: Cir, Const: 6, Val: 3.98786247147676
invisible,

8: Line, Const: 6, Val: 1 0
invisible,

9: Line, Const: 6, Val: 0.5 0.866025403784439
```

Image 20 : Code Cabri

Il permet de faire les figures via le bloc note, de modifier des données internes et de faire des copiés-collés plus rapidement et plus proprement que depuis l’interface géométrique. Il faut un peu de temps pour comprendre son mode de codage, mais il est simple. Le mieux est de faire des figures et de les ouvrir avec le bloc note pour comprendre au fur et à mesure comment il fonctionne. Après plusieurs essais, il apparaît que le codage de la couleur variable d’un objet est beaucoup plus rapide via ce code, plutôt que via l’interface graphique.
Ainsi pour la figure ci-dessous, il m’aura fallu 8 minutes avec le code et 17,5 minutes avec l’interface graphique. Le temps est presque divisé par deux. Dans le code, ce qui est long, c’est de changer les numéros. Mais dans une figure où plusieurs objets doivent avoir les mêmes couleurs variables, c’est extrêmement pratique, car il faut juste faire des copiés-collés de lignes de code.

Figure 29

1,5

3

2,2222222

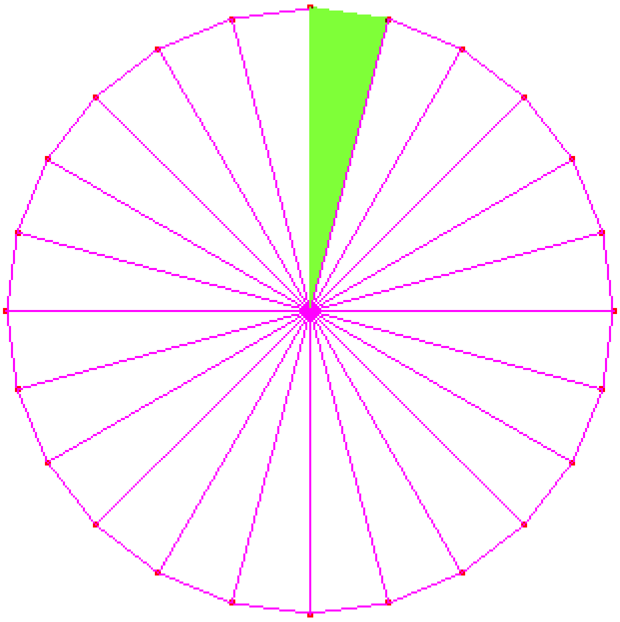


Figure 30

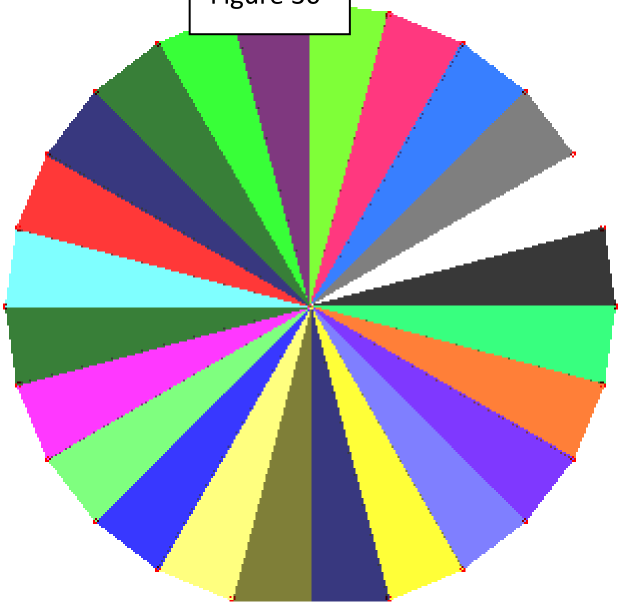
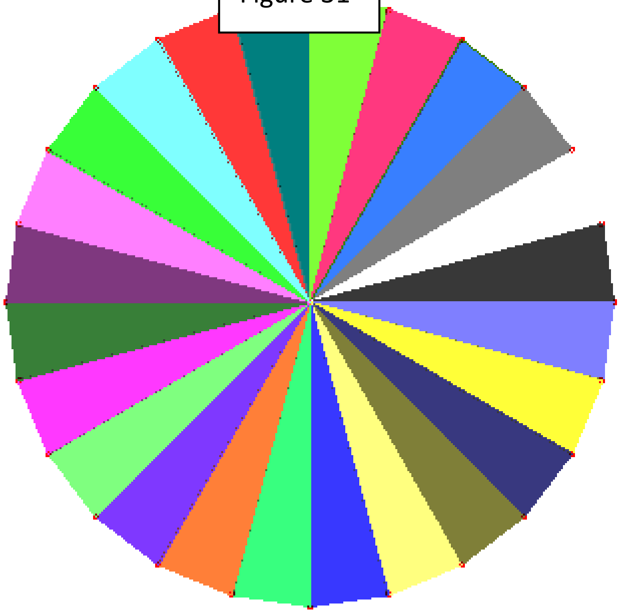


Figure 31



3. Figures à effet kaléidoscopique

La plupart des figures qui sont fabriquées dans ce point ne sont pas des représentations fidèles du kaléidoscope, dans le sens où elles sont simplifiées, notamment dans l'image et le nombre d'images, afin d'être compréhensibles. La fabrication de belles figures relève seulement de la créativité et de l'inventivité de l'utilisateur de Cabri.

Il y a tout de même des effets que le logiciel nous permet de réaliser afin d'enjoliver les images, comme le kaléidoscope le fait naturellement. Ces effets sont des effets de rotation, de mouvement ou de transformation. Mais le plus important est de savoir que l'effet du kaléidoscope vient du mélange de sa simplicité et de sa complexité.

Les figures seront montrées avec un seul cercle de réflexion, avec un angle de 60°, mais elles se combineront par la fin en pour obtenir un effet de complexité réelle.

a) Effets de mouvement

Donnons-nous deux points A et B sur un cercle. Par le centre et B construisons un polygone régulier de 8 ou 9 côtés, le résultat ne dépend pas du nombre de côtés du polygone. Ensuite, chaque sommet du polygone sera le centre d'un cercle passant par A.

Lorsque le point A bouge, les cercles diminuent ou augmentent de taille et cela amène une sorte de mouvement de rotation des cercles, alors qu'ils ne font que grandir et rapetisser. Ici, il n'y a pas de symétrie car l'effet est dans le mouvement de cercles qui bougent. Ils sont assimilés aux objets qui bougent dans la boîte au fond du tube.

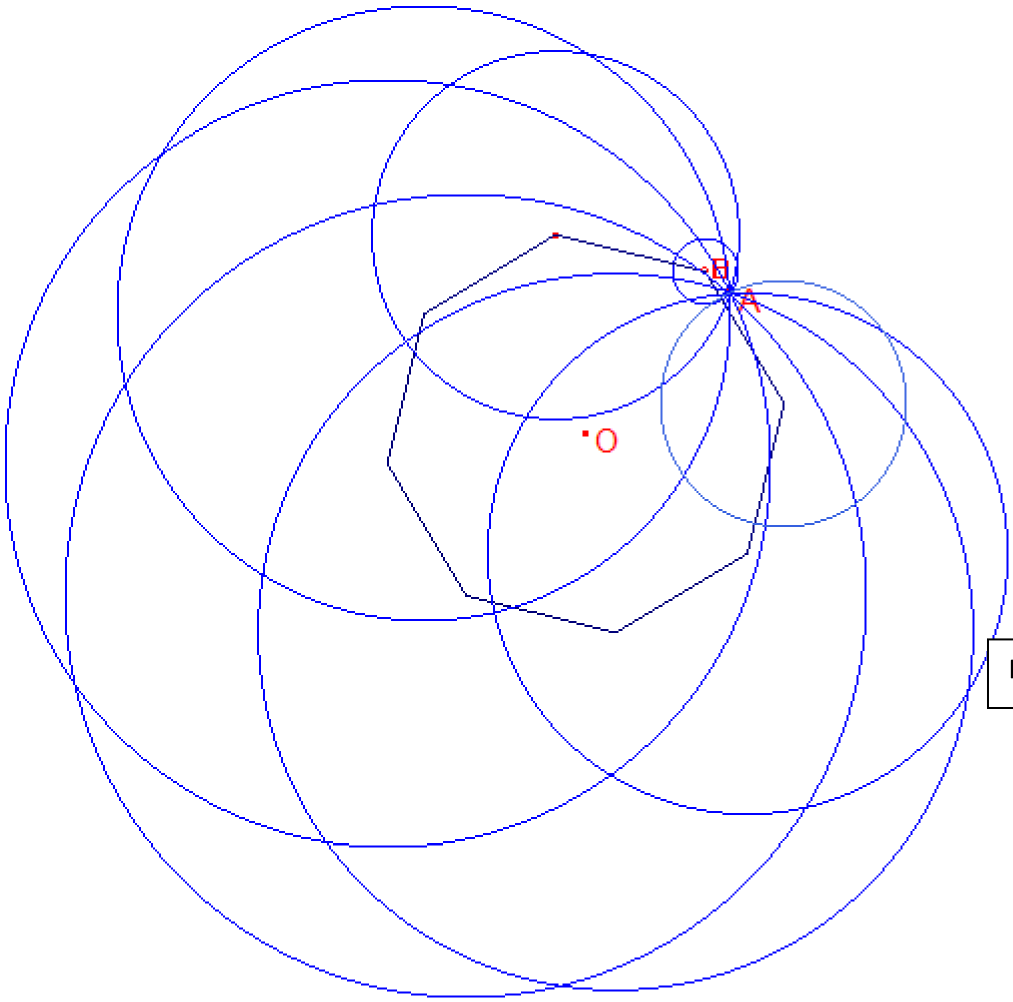


Figure 32

b) Effets de rotation

Pour ce second effet, nous prenons un triangle équilatéral, que nous faisons tourner sur lui-même et autour d'un point O afin de donner du mouvement.

Créons le point central O, et un cercle dont O est le centre et dont le rayon est peu important. Puis sur ce cercle, deux points A et B, libres. Par A fabriquons un deuxième cercle dont le centre est B. Nous avons ainsi un point d'intersection A' entre les deux cercles. Si A tourne dans un sens, son image tourne dans le sens contraire. En refaisant la même manœuvre mais avec A' comme centre, et le troisième cercle passant par B, nous obtenons A''. De même, si A tourne, A'' tourne dans le sens opposé, mais deux fois plus rapidement. Ainsi, en choisissant deux points, l'un au 2/3 de OA, soit C, l'autre au 2/3 de A''A, soit D, et en construisant un polygone régulier à trois côtés dont le centre est C et dont un des sommets est D, nous avons un petit triangle équilatéral. En bougeant A, ce triangle tourne autour de D et autour de O, de manière assez rapide. En bougeant B, ce triangle ne pivote qu'autour de lui-même.

En prenant ensuite des axes de 60° d'écart, dont celui du milieu passe par B et O, nous avons les deux miroirs qui permettent d'avoir les cinq réflexions du triangle. En cachant tout ce qui n'est plus nécessaire, et en faisant se mouvoir les points A ou B, nous voyons deux groupes de trois triangles. Ceux qui tournent dans un sens et ceux qui tournent dans l'autre, à cause des combinaisons de symétrie. Le sens de rotations revient chaque deux symétries, c'est pourquoi il y a deux groupes.

Les variantes sont multiples. Le changement des rapports 2/3 aux 1/3 modifie la taille du triangle en fonction de l'endroit où il se trouve. Le mieux est d'utiliser deux curseurs pour modifier les rapports, et jouer avec l'animation de tout ce qui peut bouger en même temps.

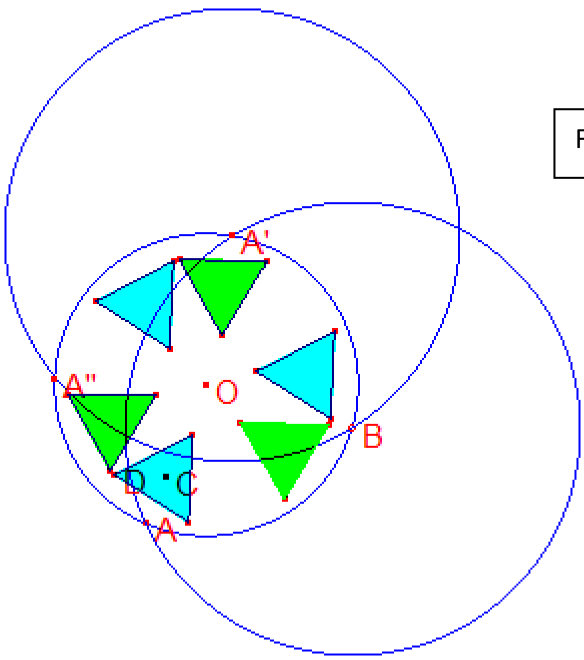


Figure 33

c) *Effets de transformation*

Pour ce dernier exemple, il faut de nouveau un cercle, dont son centre est O, et un point A sur ce cercle, et il faut aussi trois droites écartées de 60° pour modéliser le triangle équilatéral. Par ce point A, nous traçons un cercle du même rayon que le premier grâce à l'outil cercle, qui demande deux points dont un le centre, l'autre le rayon. Ainsi nous obtenons sur deux des axes des points d'intersection avec le cercle. Ce sont les points B et C. En traçant les segments [O,A], [A,B] et [A,C], nous pouvons ensuite faire leurs symétries par les axes de manière à faire un cercle de réflexion. Nous créons par conséquent des sortes de parallélogramme qui se déforment suivant la position de A.

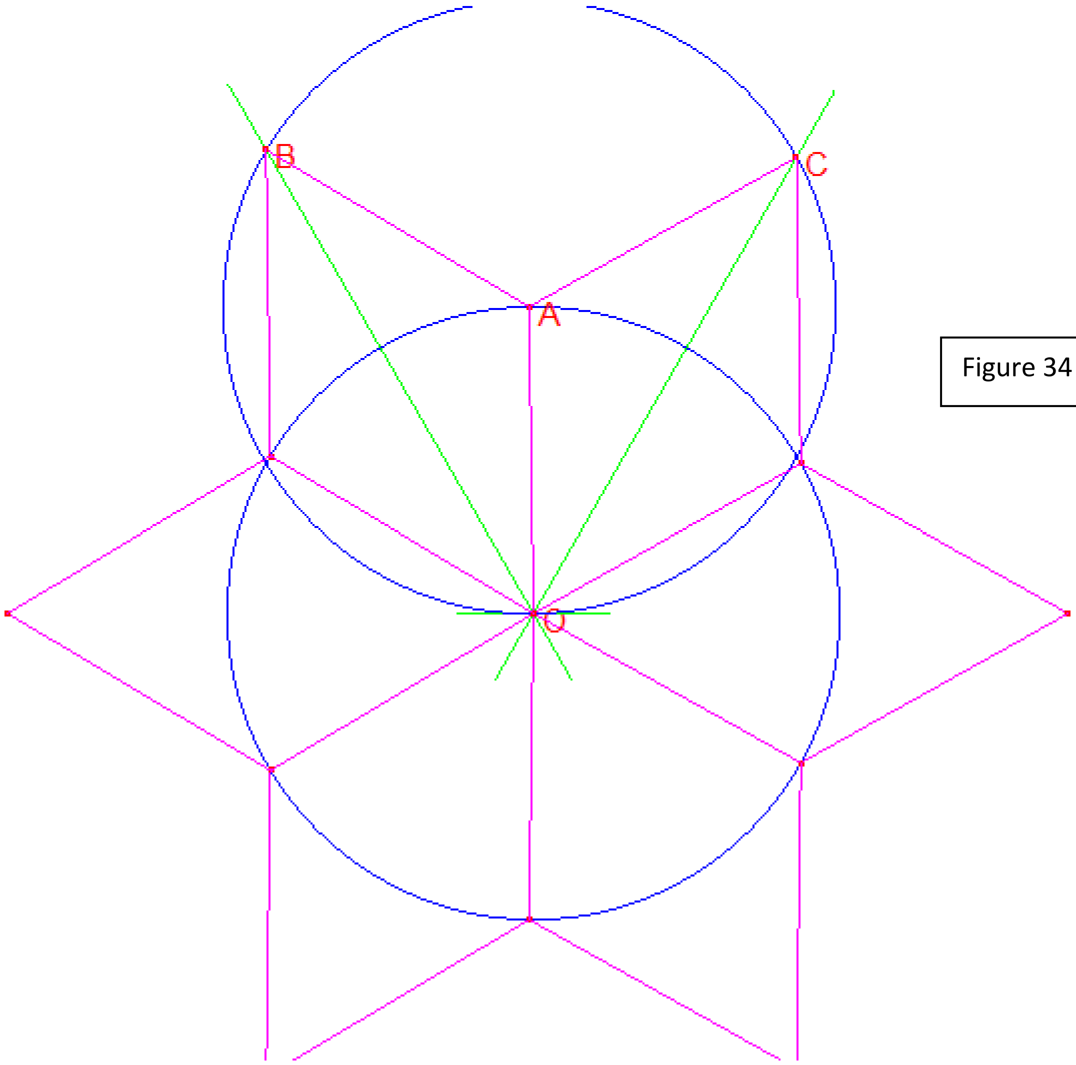
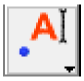


Figure 34

7 Figures finales et Conclusion

Dans ce point final, nous construirons plusieurs figures complètes représentant un kaléidoscope complexe avec plusieurs objets flottant dans sa boîte, des triangles et des cercles, dans un esprit d'aléatoire et de créativité, afin d'obtenir des effets naturels. Pour ces figures, je vous conseille de les ouvrir en dehors de Word dans une fenêtre Cabri pour voir leur réel potentiel, notamment dans l'animation multiple qui ne peut pas être lancée depuis Word. Une fois la figure ouverte, dans la barre d'outils en haut, allez vers l'icône  , puis choisissez animation multiple . Pour lancer l'animation, cliquez sur la double flèche ressort, et la figure s'animera d'elle-même, car j'ai déjà placé les ressorts.

La première de ces images est celle-ci. Il s'y trouve un mélange d'effet de rotation combiné à l'effet de transformation quelque peu modifié. En combinant deux systèmes d'axes rotatifs à soixante degrés, soit le modèle du triangle équilatéral, en jouant avec « qui fait la symétrie avec quoi », en colorant les polygones, et en lançant des animations multiples sur tout ce qui peut bouger, nous obtenons une figure dont l'effet kaléidoscopique devient envoûtant.

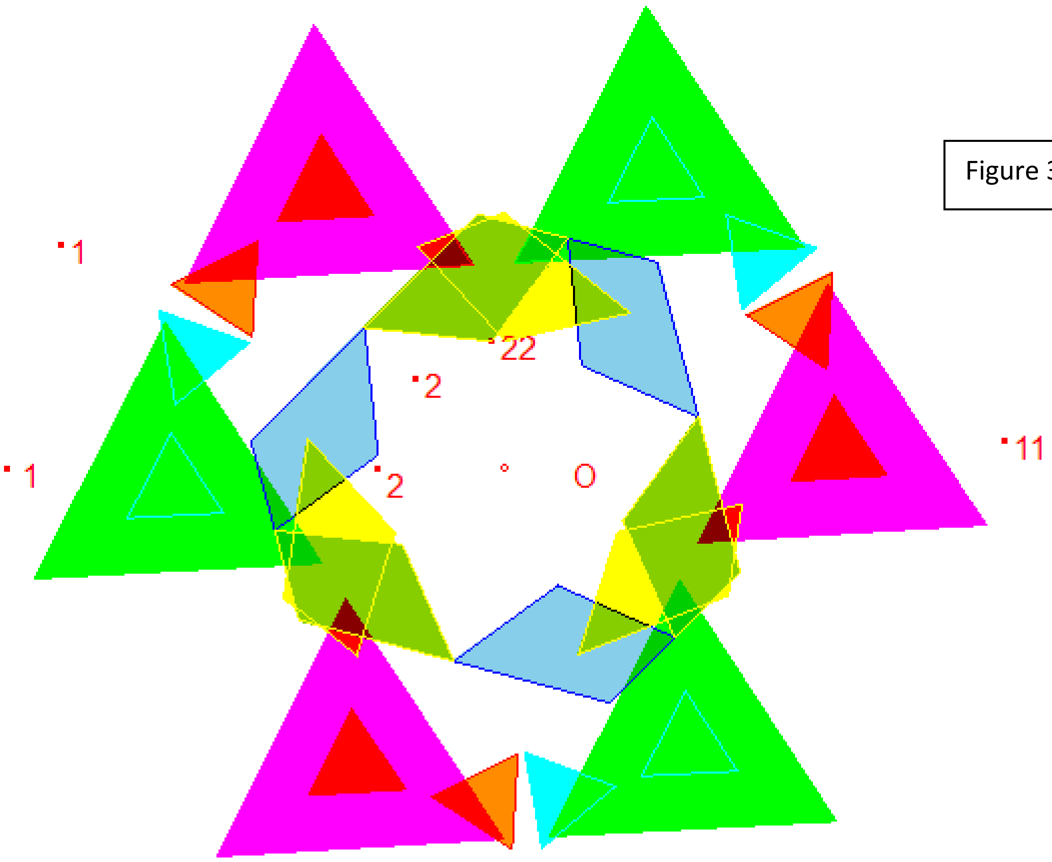
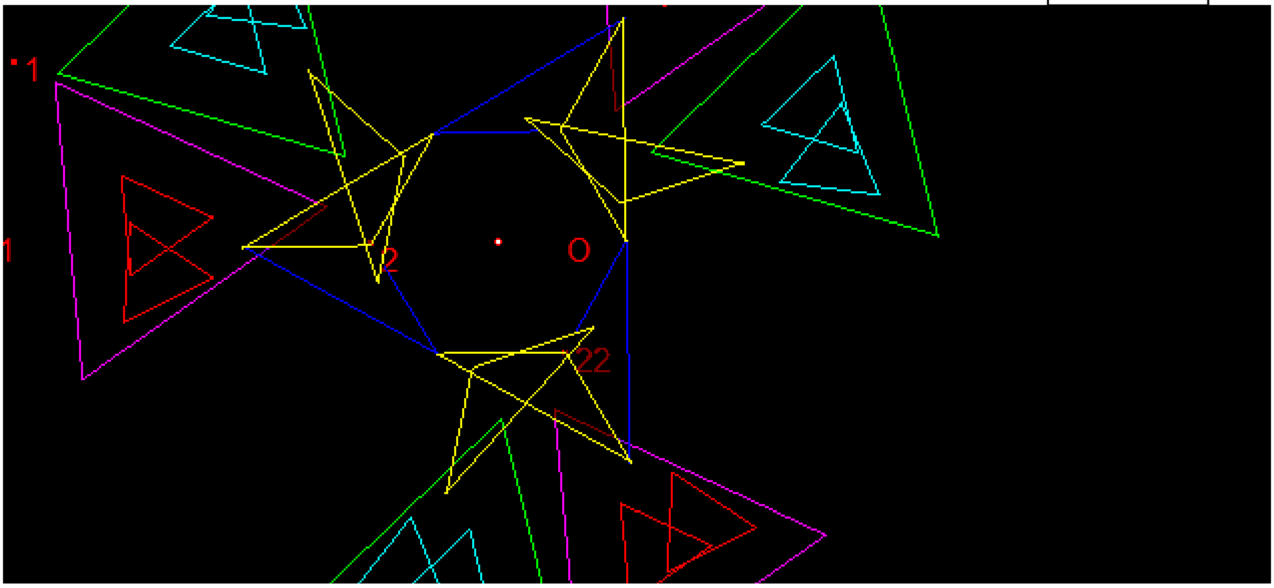


Figure 35

La création suivante est identique à la première, mais le blanc du fond de Cabri est remplacé par du noir. L’effet est totalement différent.

Figure 36



La troisième figure est une combinaison de deux effets de rotation, l’un avec un triangle, le second avec une étoile à cinq branches. Les couleurs sont arbitrairement choisies complémentaires, pour obtenir un résultat un peu criard. La figure nous montre aussi l’importance du noir et du blanc qui sont ici des couleurs à part entière.

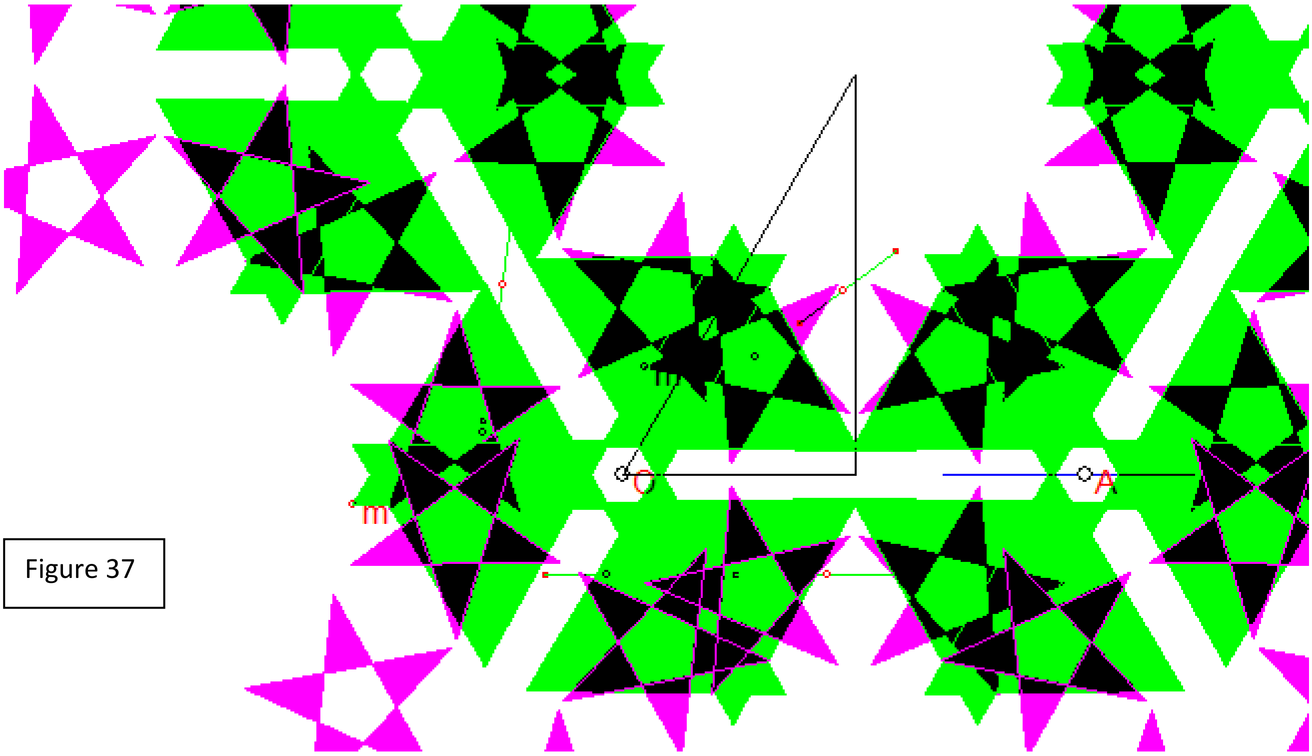


Figure 37

En ayant trouvé une image d'un kaléidoscope sur internet[8], je me suis permis de vous montrer que la théorie rejoint bien la pratique grâce à cette figure où la superposition de la photo correspond à la modélisation avec Cabri-géomètre.

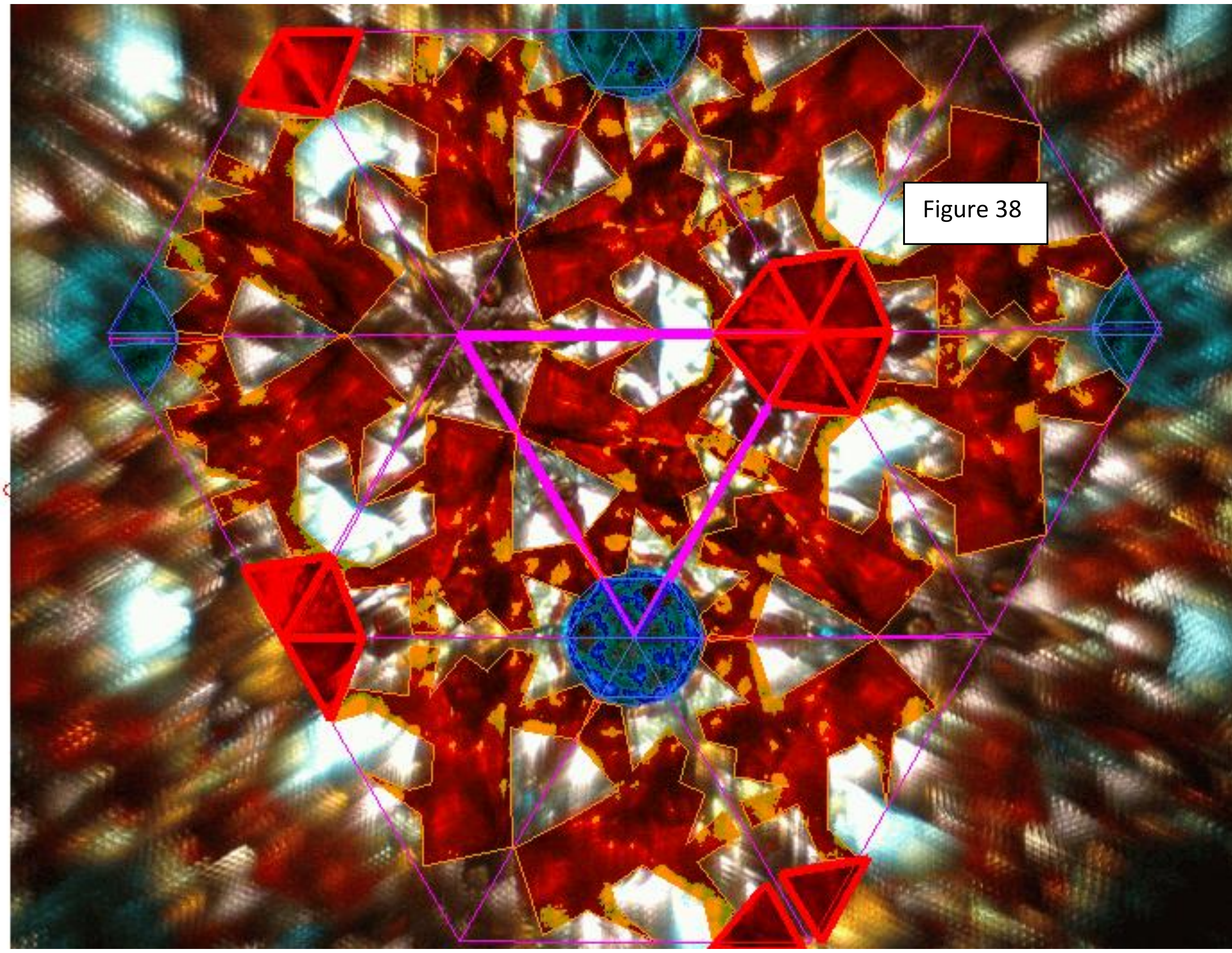


Figure 38

Les dernières images sont inspirées d'un site internet[9] qui propose une jolie figure construite en langage Java. La figure en soit n'est pas compliquée. Un point change de couleur d'une certaine manière et laisse sa trace derrière lui et cette trace est reflétée. On compte quinze réflexions, soit un total de seize images en comptant l'original. Il y a donc un angle entre les deux miroirs de 360/16=22,5°. Ce n'est pas un des angles que nous avions retenu, car il n'est pas entier, mais il donne un nombre de réflexions de $16=2^4$, soit une puissance de deux, ce qui lui fournit ici son droit d'utilisation.
Pour reproduire l'effet, il faut jouer avec la couleur aléatoire, donc avec les attributs couleur variable et couleur de remplissage variable, en tenant compte du fait que la couleur ne clignote pas comme dans la figure du verre dichroïque, mais qu'elle se dégrade selon les trois paramètres. La fonction rand() ne peut

[8] http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b9/View_of_a_kaleidoscope.JPG/220px-View_of_a_kaleidoscope.JPG
[9] http://www.permadi.com/java/spaint/spaint.html

donc pas être utilisée car elle peut donner deux réponses complètement différentes. La méthode des ellipses peut être utilisée mais dans le cas où le point se déplace avec une animation. Si nous voulons faire bouger nous-mêmes le point, de telle manière que sa couleur change, il faut utiliser des propriétés du point qui changent lorsque le point bouge, par exemple ses coordonnées dans le plan et la distance de ce point au repère, ce qui donne trois paramètres, le rouge, le vert, et le bleu. Ensuite, nous pouvons utiliser directement ces paramètres, ou alors les faire passer par une fonction bidon qui donne un résultat entre 0 et 2, comme par exemple sin(x)+1, ceci pour des raisons de statistique. Mais la différence entre utiliser ou non la fonction est minime.

Pour la suite, le point sur le site peut avoir différentes tailles. Ce n'est pas un point, mais un cercle. Il faut donc construire un curseur rayon dans la figure, de manière à régler la taille. Une fois le cercle construit autour d'un point grâce à l'outil « compas », et après lui avoir attribué ses variables de couleur, nous avons un point mobile qui change de couleur. Il ne reste plus qu'à lui faire subir quinze symétries axiales, et changer grâce au code Cabri les paramètres de couleurs des images, car l'outil symétrie axiale ne garde pas les couleurs.

Pour terminer la figure, il faut employer l'outil « trace » sur tous les cercles images. Très facile à utiliser, cet outil laisse la trace de l'objet sur la figure cabri. Son avantage est que cette trace s'enlève en faisant Ctrl+F si elle ne s'enlève pas toute seule. La figure ici dessous vous fait comprendre son utilité.

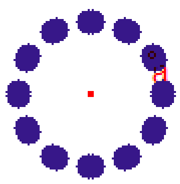


Figure 39

Nous pouvons encore modifier le choix des couleurs pour qu'il soit un peu moins aléatoire. En mettant trois curseurs couleurs, cela permet de régler l'intensité des trois couleurs du cercle. Le résultat est différent, car les couleurs sont autrement choisies, et pour que la figure donne un bon effet, il faut que les couleurs changent sinon vous ne verrez plus que du rouge, du vert ou du bleu. Une seule couleur peut donc être choisie à la fois, les deux autres devant être animées. La différence est visible sur les trois images Cabri ci-dessous.

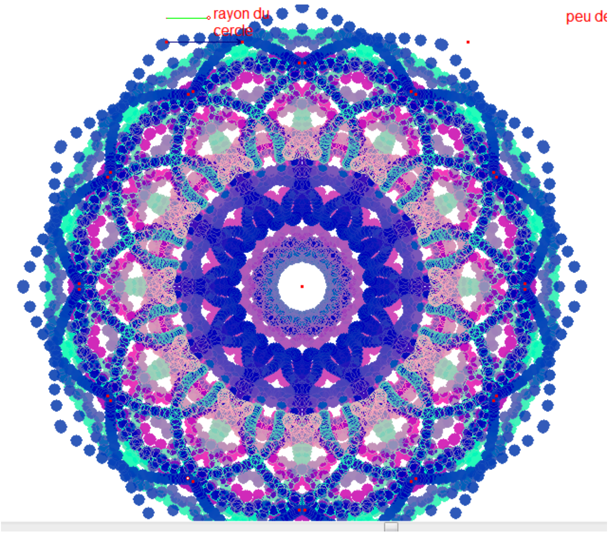


Image 21 : Déclinaison bleu

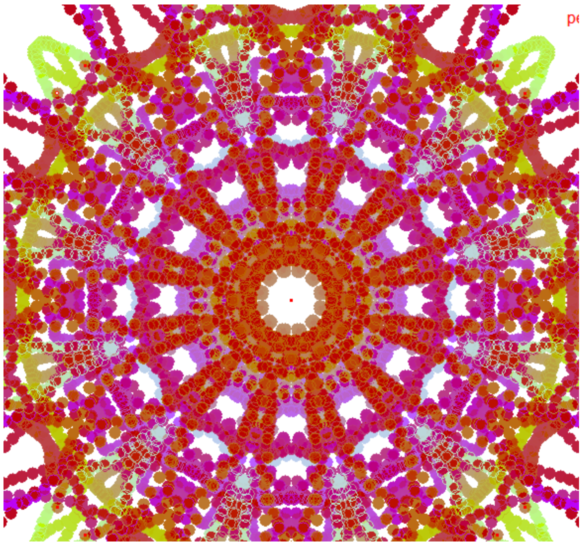


Image 22 : Déclinaison rouge

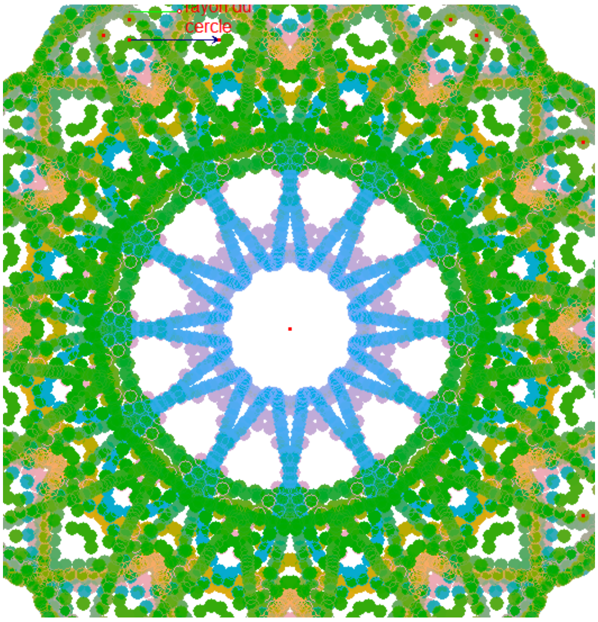


Image 23 : Déclinaison verte

Pour conclure, je vous laisse vous amusez avec ces figures, qui, à mon sens, sont les plus représentatives de ce qu'est vraiment le kaléidoscope.
Un mélange de couleurs, de points, d'angles, de mouvements aléatoires, trois miroirs, un bon programme et un peu d'inventivité, voici ce qu'est la magie du kaléidoscope.

8 Bilan

Durant ce travail de maturité, j'ai découvert plusieurs fonctionnalités de Cabri-géomètre que je ne connaissais pas, notamment la partie de codage et la particularité des couleurs de Cabri-géomètre. J'ai dû apprendre à mieux comprendre ce programme, à m'habituer à lui, à m'y adapter.

C'est ce qui m'intéresse le plus : apprendre à programmer. De manière plutôt intuitive, en connaissant plus ou moins les bases du langage C, du CSS, du Java, du HTML et du Visual Basic, j'ai pu comparer le code Cabri avec ces autres codes, afin de mieux comprendre comment fonctionne Cabri. J'ai pu voir les limites du programme, constater qu'il comportait, lui aussi, des bugs, essayer de passer à côté, de chercher des solutions par des autres chemins, et à l'aide de M. Frachebourg, de les trouver.

Ce travail m'a beaucoup apporté dans la méthode de recherche et d'écriture d'un programme. En réalisant des figures faciles, j'ai pu mettre à jour mes connaissances pour les développer à ma manière dans les figures complexes, dont je ne pouvais imaginer le résultat à l'avance. J'ai ainsi pu me familiariser avec un programme de plus, et m'améliorer pour mon avenir dans l'informatique.

En conclusion, je pense que ce travail m'a apporté beaucoup de problèmes, et que j'ai dû chercher les solutions pour les résoudre. C'est une satisfaction de voir à quel point un jouet peut vous pousser à réfléchir, du point de vue physique de la réflexion, mais du point de vue émotionnel également.

9 Bibliographie et Sources

Bibliographie

Manuel d'utilisation de Cabri-géomètre II plus
BSSM (Brussels Summer School of Mathematics), notes de la troisième BSSM, édition 2010
Formulaire et Table CRM
Cours de physique, éléments d'optique géométrique, 3ème année, Mr Yves Darbellay
Cours de géométrie, Chapitre 4, distance, symétrie orthogonale, 1ère année, Mr Pierre Frachebourg
La géométrie du kaléidoscope, Bernard R. Hodgson, Département de mathématiques, PDF
Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton

Source Internet

Application

http://the-hollander.com/flash_kaleidoscope.html
http://krazydad.com/kaleido/
http://www.ccs.neu.edu/jpt/jpt_2_4/kaleidoscope/index.htm
http://www.permadi.com/java/spaint/spaint.html
http://www.teachmaths-inthinking.co.uk/kaleidoscope/kaleidoscope-tn.htm

Renseignement

http://www.brewstersociety.com/
http://www.gralon.net/articles/sports-et-loisirs/loisirs/article-le-kaleidoscope---un-jouet-fascinant-4687.htm
http://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/Interventi/Articoli/Coxeter/Coxeter.htm
http://www.ac-grenoble.fr/college/vif/maths/SitMath.htm#kal
http://www.paulanadelstern.com/books-products/index.html
http://inventors.about.com/od/kstartinventions/a/kaleidoscope.htm
http://www.london-gazette.co.uk/issues/18913/pages/529
http://www.bibliotheque-numerique-cinema.fr/notice/?i=18209
http://nbg-web01.opitec.com/img/downloads/technikdownloads/fr/Sonstige/10-Jahre/115051bf.pdf
http://www.masc.ulg.ac.be/fiches/FR/reflexion.pdf
http://xavier.huba
http://www.mat.ulaval.ca/le_departement/pages_personnelles/bernard_hodgson/index.html

http://www.mat.ulaval.ca/fileadmin/Pages_personnelles_des_profs/bhodgson/HodgsonGraf_MathHierAujourdhui_2000.pdf
http://www.mat.ulaval.ca/fileadmin/Pages_personnelles_des_profs/bhodgson/Hodgson_BullAMQ_1987.pdf
http://www.mat.ulaval.ca/fileadmin/Pages_personnelles_des_profs/bhodgson/GrafHodgson_FLM_1990.pdf
http://www.waynesthisandthat.com/kaleidoscopes2.htm
http://ux1.eiu.edu/~bdbensley/kr.html
http://inoyan.narod.ru/kaleidoskop.swf
http://www.lautiveredesigns.com/dichrofr/le_verre_dichroique.html
http://www.blao.ca/verre.html
http://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9flexion_optique

Images

http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/b/b9/View_of_a_kaleidoscope.JPG/220px-View_of_a_kaleidoscope.JPG
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/5/5a/David-Brewster.jpg/230px-David-Brewster.jpg
http://1.bp.blogspot.com/-pICKE-CcaA8/TnhhsVUpPLI/AAAAAAAAAcg/e3I9_QshzsE/s1600/kaleidoscope.jpg
http://www.dnp-screens.com/files/billeder/DNP08/Products/Fig38.gif
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/d/d8/BiconvexLens.jpg/300px-BiconvexLens.jpg

Figures Cabri

http://agregation.capes.free.fr/unisciellmrs09/prisme/

10 Glossaire

Lumière
La **lumière** est une onde électromagnétique, petite fraction du spectre des ondes électromagnétiques visibles par l'homme. Nous négligeons l'aspect ondulatoire de la lumière en le remplaçant par la notion simple suivante : la lumière, dans un milieu isotrope et homogène, se déplace en ligne droite.

Réflexion
La **réflexion** est le changement de direction qui restitue un rayon lumineux lorsqu'il frappe une surface métallique lisse et polie ou un miroir.
Nous pouvons aussi dire que la réflexion est modélisable par la symétrie axiale, une application qui, pour tout point P du plan et pour toute droite d, ne correspond qu'un seul point image $P' = \delta_d(P)$.

Réfraction
La **réfraction** est le changement de direction que subit un rayon lumineux lorsqu'il change de milieu transparent.

Source
La **source** est tout ce qui produit de la lumière. On parle de source lumineuse convergente, divergente ou parallèle suivant la direction du faisceau lumineux émis par la source. On la note S.

Surface d'incidence
La **surface d'incidence** est la surface réfléchissante, ici un miroir, sur laquelle le rayon d'incidence vient frapper. Il est noté a, b, ou p, car il est symbolisé par une droite ou un plan.

Point d'incidence
Le **point d'incidence** est l'endroit précis où le rayon incident touche la surface de réflexion. Il est habituellement noté I.

Rayon incident
Le **rayon incident** est le rayon isolé du faisceau lumineux issu de la source touchant la surface de réflexion. Il va de S à I.

Normale
La **normale** à la surface de réflexion est une droite perpendiculaire à la surface, issue du point d'incidence. Habituellement, on la nomme n.

Rayon réfléchi
Le **rayon réfléchi** est le rayon lumineux incident dévié par la surface réfléchissante. Il va de I à R, R étant le point de vue de l'observateur, machine ou humain.

Angle d'incidence
L'**angle d'incidence** est l'angle entre la normale n et le rayon d'incidence. Il est aigu, c'est-à-dire allant de 0° compris à 90°non-compris, pour des raisons évidentes. Attention à ne pas prendre l'angle complémentaire adjacent entre le rayon incident et la surface de réflexion comme angle d'incidence.

Angle de réflexion
L'**angle de réflexion** est l'angle aigu entre la normale n et le rayon réfléchi.

Angle de déviation
L'**angle de déviation** est l'angle entre le rayon incident et le rayon réfléchi.

Cercle de réflexion
Un **cercle de réflexion** est un ensemble d'images construites par symétries axiales à partir de deux axes concourants, qui forme un cercle d'images autour du point de concours des deux axes.

Macro-construction
Une macro-**construction**, abrégé macro sur Cabri-géomètre, est une fonction qui permet, en mémorisant des constructions intermédiaires, d'étendre les fonctionnalités du logiciel. Une macro est définie à partir d'une partie d'une figure. Une fois définie, la macro peut être utilisée comme n'importe quel autre outil, et reproduit la construction de cette partie à partir d'éléments de base sélectionnés par l'utilisateur.