




## Exercices de mathématiques Probabilités

- 1) Dans une entreprise de 400 personnes, 300 sont assurés contre la maladie, 160 contre les accidents et 120 à la fois contre la maladie et les accidents. Si l'on choisit au hasard une personne dans l'entreprise, quelle est la probabilité y a-t-il qu'elle soit assurée :
- contre la maladie, mais pas contre les accidents ?
  - contre la maladie ou les accidents ?
  - ni contre la maladie ni contre les accidents ?
- 2) Deux hommes  $h_1$  et  $h_2$  et trois femmes  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$  participent à un tournoi d'échecs. Les personnes de même sexe ont des chances égales de gagner le tournoi, mais une femme a deux fois plus de chances de gagner qu'un homme.
- Calculer la probabilité que le tournoi soit gagné par une femme ;
  - Si  $h_1$  et  $f_2$  sont mariés, calculer la probabilité que le couple ne gagne pas le tournoi .
- 3) On considère deux événements A et B tels que  $p(A) = \frac{1}{3}$ ,  $p(A \cup B) = \frac{1}{2}$  et  $p(B) = k$  ( $k \in [0 ; 1]$ )  
Calculer k si :
- A et B sont incompatibles ;
  - A et B sont contraires ;
  - $B \subset A$  .
- 4) Un automobiliste doit traverser successivement 4 carrefours dont le passage est réglé par des feux fonctionnant indépendamment les uns des autres. Ceux-ci restent aussi longtemps rouge que vert. Quelle probabilité a-t-il :
- de devoir s'arrêter exactement une fois ? deux fois ?
  - de ne jamais s'arrêter ?
  - de devoir s'arrêter au moins une fois ?
- 5) On truque un dé cubique de telle sorte que la probabilité de chaque issue soit "proportionnelle" au résultat de l'issue. (par exemple : le numéro 6 a une probabilité double de celle du numéro 3 )
- Quelle est la probabilité de chaque événement élémentaire lorsqu'on jette une fois ce dé ?
  - Calculer la probabilité d'obtenir un nombre pair ? un nombre premier ? un nombre pair ou premier ?
- 6) On dispose dans une boîte de 20 boules numérotées de 1 à 20.
- On en tire une. Soient les événements
    - A : « le résultat est pair »
    - B : « le résultat est multiple de 5 »
    - C : « le résultat est une puissance de 2 »
    - D : « le résultat est un nombre premier »
    - décrire en français les événements :  $F = A \cap B$ ,  $G = C \cap \overline{D}$ ,  $H = \overline{A \cup B}$  ;
    - calculer les probabilités des événements A,  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A/B$ ,  $C/D$ ,  $\overline{A \cup D}$  ;
    - Donner parmi les événements A, B, C et D les événements incompatibles (2 à 2) ;
    - Énoncer deux événements K et L contraires (justifier).
  - On en tire maintenant deux boules l'une après l'autre et sans remise.
    - Dénombrer l'univers des possibles.
    - Calculer la probabilité d'obtenir
      - deux numéros pairs ; - un nombre pair comme produit des deux numéros ;
      - Calculer la probabilité d'obtenir une somme des deux numéros égale à 12 sachant que les deux numéros sont premiers.



- 7) Un club sportif compte 80 inscrits en natation, 95 en athlétisme et 125 en gymnastique. Chaque inscrit pratique un seul sport.
- On demande à trois inscrits choisis au hasard de remplir un questionnaire. Calculer les probabilités des événements suivants :  
 A : « les sportifs choisis pratiquent tous l'athlétisme »  
 B : « les sportifs choisis pratiquent tous le même sport »
  - Parmi les inscrits en natation, 45% sont des filles. De même 20% des inscrits en athlétisme et 68% des inscrits en gymnastique sont des filles.
    - On choisit un inscrit au hasard.
      - Quelle est la probabilité  $p_1$  que l'inscrit choisi soit une fille pratiquant l'athlétisme ?
      - Quelle est la probabilité  $p_2$  que ce soit une fille ?
    - Si on choisit au hasard une fille, quelle est la probabilité  $p_3$  qu'elle pratique l'athlétisme ?
- 8) Un étudiant répond à un questionnaire par oui ou par non. S'il a étudié la question, sa réponse est exacte ; sinon, il joue la réponse à pile ou face.
- Le questionnaire porte sur un programme dont l'étudiant a étudié les trois cinquièmes.
    - Quelle est la probabilité que l'étudiant réponde correctement à une question ?
    - Quelle est la probabilité que l'étudiant connaisse la question, sachant qu'il y a répondu correctement ?
  - Soit  $x$  ( $0 \leq x \leq 1$ ) la proportion de programme travaillé par l'étudiant. Déterminer la valeur de  $x$  si la probabilité que l'étudiant connaisse la question sachant qu'il y a répondu correctement est égale à 0,9.
- 9) Un agent d'assurances vend des polices d'assurance-vie à cinq personnes, toutes de même âge et en bonne santé. La probabilité qu'une personne de cet âge vive encore 30 ans est de  $\frac{2}{3}$ . Calculer la probabilité qu'au bout de 30 ans :
- toutes les personnes soient en vie.
  - au plus 4 personnes soient en vie.
  - 2 personnes exactement soient en vie.
  - au moins une personne soit encore en vie.
- 
- 10) On jette deux dés cubiques non truqués : l'un bleu, l'autre rouge. Déterminer le cardinal de l'univers des possibles  $E$ .  
 Le nombre sorti sur la face de dessus du dé bleu sera noté "a" et celui sorti sur le dé rouge sera noté "b".
- Soit l'équation du second degré  $E : x^2 - 2ax + b^2 = 0$ .
    - Calculer la probabilité pour que l'équation  $E$  admette
      - deux racines égales ;
      - deux racines distinctes ;
      - aucune racine.
    - Sachant que  $E$  admet deux racines distinctes,
      - calculer leur produit, puis la probabilité pour que ces deux racines soient de signes contraires.
      - calculer la probabilité pour que l'une des racines soit égale à 2.
  - Soit la fonction quadratique  $f$  définie par  $y = f(x) = x^2 - 2ax + b^2$ .
    - Calculer la probabilité  $p_1$  pour que le graphe de  $f$  passe par le point  $A(1;0)$ .
    - Calculer la probabilité  $p_2$  pour que la pente de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse 6 soit égale à 2.
    - Sachant que le graphe de  $f$  passe par le point  $B(0,4)$ , calculer la probabilité  $p_3$  pour que l'aire de la surface délimitée par l'axe des abscisses, la courbe de  $f$ , les verticales  $x = 0$  et  $x = 1$  soit supérieure à 2.