

# Introduction à la notion de fonction – exercice 2 - sol

( Chapitre 1 )

## Un deuxième problème géométrique : (solution)

Soit un triangle  $\triangle ABC$  rectangle en B avec  $AB = 3\text{ cm}$  et  $BC = 2\text{ cm}$ . M est un point quelconque du segment  $[BC]$ ,  $N = p_{(AB)}(M) \in (AC)$  et  $P = p_{(BC)}(N) \in (AB)$ . Le quadrilatère  $MNPB$  ainsi construit est un rectangle ou un segment (si  $M = B$  ou  $M = C$ ).

En déplaçant le point M sur le segment  $[BC]$ , on peut visualiser différents rectangles ainsi construits. Posons  $x = BM$  (avec  $0 \leq x \leq 2$ ). Pour chaque nombre réel  $x$ , on a un et un seul nombre  $p(x)$  donnant le périmètre du rectangle  $BMNP$ .

On peut observer cette correspondance dans le tableau de droite :

BM	$\mapsto$	périmètre BMNP
x	$\mapsto$	p(x)
0.04	$\mapsto$	5.96
0.08	$\mapsto$	5.92
.....		

Ensuite, on construit dans un repère  $\mathcal{R} = (O, \hat{A}_i, \hat{A}_j)$  les points  $(x, p(x))$ , ce qui nous donne le graphique suivant :

Cette courbe est un ensemble de points K vérifiant une même propriété : l'ordonnée de chaque point est le nombre réel  $p(x)$ , périmètre de  $BMNP$ , avec  $BM = x$ . On peut construire cette courbe avec un logiciel informatique approprié (ici Cabri-géomètre) qui sans calculer les nombres  $p(x)$  pour chaque  $x$  construit de manière géométrique les points  $K(x, p(x))$  :

## Recherche de l'expression algébrique de $p(x)$ :

périmètre  $BMNP = p(x) = 2(BM + BP)$

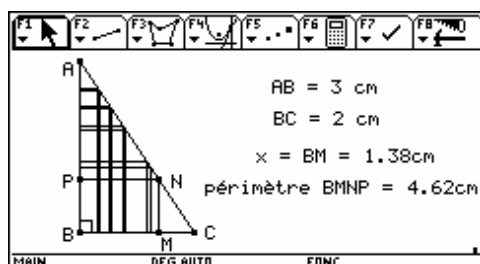
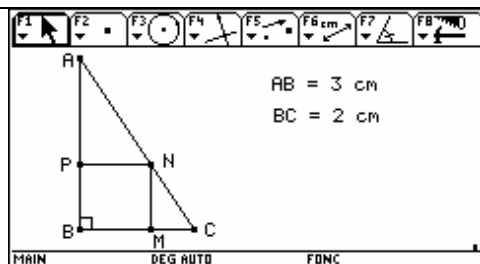
où  $BM = x$  et  $BP = AB - AP = 3 - AP$

or, avec le théorème de Thalès dans  $\triangle ABC$  et  $\triangle APN$ ,

$$\text{on a } \frac{AP}{AB} = \frac{PN}{BC} = \left( \frac{AN}{AC} \right) \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{BM}{2}$$

$$\text{alors } \frac{AP}{3} = \frac{x}{2} \Leftrightarrow AP = \frac{3}{2}x \text{ d'où } BP = 3 - AP = 3 - \frac{3}{2}x$$

$$\text{et finalement } p(x) = 2 \left[ x + \left( 3 - \frac{3}{2}x \right) \right] = 2 \left( 3 - \frac{1}{2}x \right) = -x + 6$$



VAL	x	pér...	c3
1	.04	5.96	
2	.08	5.92	
3	.12	5.88	
4	.16	5.84	
5	.2	5.8	
6	.24	5.76	

