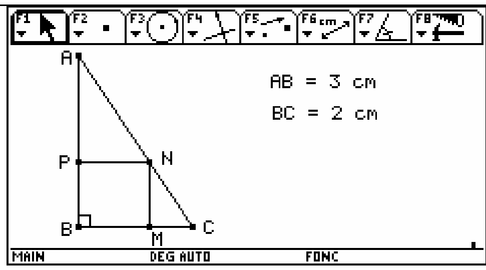
Introduction à la notion de fonction exe 2b -sol

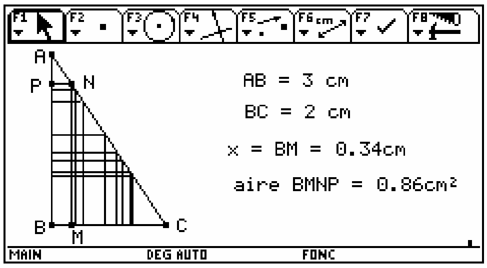
(Chapitre 1)

Un problème géométrique : (solution)

Soit un triangle ΔABC rectangle en B avec AB = 3cm et BC = 2 cm. M est un point quelconque du segment [BC], N = $p_{(AB)}(M) \in (AC)$ et P = $p_{(BC)}(N) \in (AB)$. Le quadrilatère MNPB ainsi construit est un rectangle ou un segment (si M = B ou M = C).

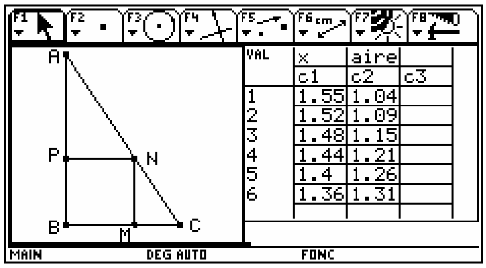


En déplaçant le point M sur le segment [BC], on peut visualiser différents rectangles ainsi construits.
Posons x = BM (avec $0 \leqslant x \leqslant 2$). Pour chaque nombre réel x, on a un et un seul nombre a(x) donnant l'aire du rectangle BMNP.

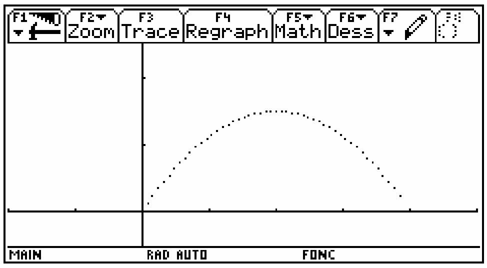


On peut observer cette correspondance dans le tableau de droite :

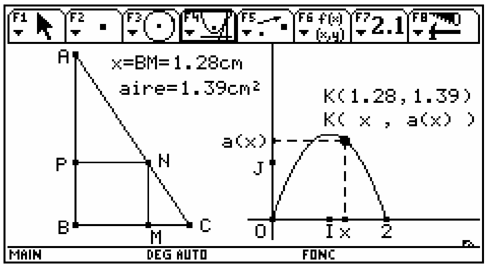
BM	↦	aire BMNP
x	↦	a(x)
1.55	↦	1.04
1.52	↦	1.09
1.48	↦	1.15
………………		



Ensuite, on construit dans un repère $\mathcal{R} = (O , \vec{i} , \vec{j})$ les points (x , a(x)), ce qui nous donne le graphique suivant :



Cette courbe est un ensemble de points K vérifiant une même propriété : l'ordonnée de chaque point est le nombre réel a(x) ,aire de BMNP, avec BM = x .
On peut construire cette courbe avec un logiciel informatique approprié (ici Cabri-géomètre) qui sans calculer les nombres a(x) pour chaque x construit de manière géométrique les points K (x , a(x)) :



Recherche de l'expression algébrique de a(x) :

aire BMNP = a(x) = BM ·BP = base ·hauteur
où BM = x et BP = AB – AP = 3 – AP
or , avec le théorème de Thalès dans ΔABC et Δ APN,

on a $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{PN}{BC} = \left(\dfrac{AN}{AC}\right) \Rightarrow \dfrac{AP}{3} = \dfrac{BM}{2}$

alors $\dfrac{AP}{3} = \dfrac{x}{2} \Leftrightarrow AP = \dfrac{3}{2}x$ d'où $BP = 3 - AP = 3 - \dfrac{3}{2}x$

et on obtient finalement $a(x) = x \cdot (3 - \dfrac{3}{2}x) = -\dfrac{3}{2}x^2 + 3x$