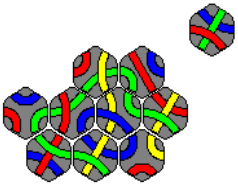




## Exercices de mathématique - Analyse combinatoire

- 1) a) Calculer les réels suivants :  $7!$  ;  $7! - 4!$  ;  $(8-5)!$  ;  $\frac{18!}{(18-2)!}$  ;
- b) Simplifier les expressions suivantes :  $\frac{n!}{(n-1)!}$  ;  $\frac{(n+2)!}{n!}$  ;  $\frac{(n-1)!}{(n+2)!}$  ;  $\frac{(n-r+1)!}{(n-r-1)!}$  ;  $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$
- c) Résoudre dans  $\mathbf{N}$  : 1)  $A_2^n = 72$  ; 2)  $C_2^n = 45n$  ; 3)  $C_{(x+4)}^{(x+10)} = C_{(2x-10)}^{(x+10)}$
- 2) a) Un immeuble est composé d'un rez-de-chaussée et de 8 étages. Un ascenseur part du rez-de-chaussée avec 5 occupants. De combien de manières différentes ces 5 occupants peuvent-ils choisir les étages auxquels ils vont se rendre ?
- b) Même question si à chaque étage un occupant au plus quitte l'ascenseur ?
- 3) On considère 5 nombres distincts deux à deux  $a, b, c, d$  et  $e$ .  
Combien peut-on former de produit de deux facteurs distincts pris parmi ces 5 nombres ?  
Même question avec des produits de trois facteurs distincts, de quatre facteurs distincts ?  
Que dire des coefficients du développement du polynôme  $(x-a)(x-b)(x-c)(x-d)(x-e)$  ?
- 4) Une façade comporte 6 fenêtres, chaque fenêtre est ouverte ou fermée. Combien y a-t-il de visions de la façade possibles ? combien y a-t-il de possibilités d'avoir exactement trois fenêtres ouvertes ? au moins trois fenêtres fermées ? au plus trois fenêtres fermées ?
- 5) En combien de points au maximum 4 droites du plan peuvent-elles se couper ?  
même problème avec  $n$  droites.
- 6) Une classe contient 12 filles et 10 garçons. Combien y a-t-il de possibilités de désigner parmi eux une commissions comprenant trois filles et deux garçons ? au moins deux filles ?
- 7) De combien de façons différentes peut-on mettre six boules dans trois tiroirs ?
- 8) Cinq personnes désirent s'asseoir dans un compartiment de huit places.  
Quel est le nombre de possibilités ? Même question , mais avec huit personnes.
- 9) Quel est le nombre de possibilités de former deux équipes différentes de 2 joueurs avec 7 personnes ?
- 10) On distribue les 36 cartes d'un jeu à 4 joueurs. Chacun reçoit 9 cartes.  
Quel est le nombre de distributions possibles ?
- 11) Un menu de restaurant propose : 10 hors-d'œuvre, 4 entrées, 11 plats de viande, 9 desserts.  
Combien peut-on composer de menus contenant chacun un de ces 4 plats ?
- 12) a) Une urne contient 12 boules numérotées de 1 à 12. On en tire trois simultanément.  
Déterminer le nombre de tirages différents.
- b) Même question si l'on tire successivement 3 boules, sans remettre dans l'urne celles qui ont été tirées.
- c) Même question si, après chaque tirage, on remet la boule dans l'urne.
- 13) Soit le nombre  $42'325'752$ .  
a) A l'aide des chiffres qui le composent, chacun étant utilisé autant de fois que dans le nombre donné, combien peut-on former de nombres de 8 chiffres ?
- b) A l'aide des chiffres qui le composent, chacun pouvant être utilisés autant de fois que l'on veut, combien de nombres de 4 chiffres peut-on former ?
- 14) a) Développer  $(3a + 2b)^4$
- b) Calculer le terme en  $x^8$  dans le développement de  $(2x^2 - \frac{1}{2}y^3)^8$ .
- 15) Combien un village doit-il avoir d'habitants au minimum pour que l'on soit sûr que deux personnes au moins ont les mêmes initiales (composées de deux lettres) ?
- 16) On tire 8 cartes dans un jeu de 36 cartes. Combien de mains possibles contenant  
a) trois piques, deux carreaux et deux trèfles ?

- b) au moins un cœur ?  
 c) deux rois et cinq carreaux ?  
 d) trois trèfles et quatre habillés (valet, dame ou roi) ?
- 17) Lorsqu'on jette un dé trois fois de suite, combien de séquences peut-on envisager, si deux séquences qui diffèrent par l'ordre des chiffres sont considérées  
 a) comme différentes ?                      b) comme identiques ?
- 18) Trouver le nombre de termes des développements de  $(a + b + c)^7$  et de  $(a + b + c + d)^5$ .
- 19) Trouver le coefficient de  $a^2b^3c^4$  dans le développement de :  
 a)  $(a + b + c)^9$                       b)  $(a + 2b + c)^9$                       c)  $(3a - 2b + c)^9$
- 20) Calculer le coefficient de  $x^6$  dans le développement de  $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^5$
- 21) Calculer la somme des coefficients du développement de  $(1 + x + x^2 + \dots + x^p)^n$
- 22) On dispose de trois sacs de perles : des rouges, des bleues et des jaunes.  
 Combien de colliers différents de 20 perles peut-on former ?
- 23) On dispose de petites réglettes toutes de même longueur mais de couleurs différentes : rouges, bleues, vertes, blanches et jaunes.  
 Combien de triangles équilatéraux différant par les couleurs peut-on former ?
- 24) Le jeu « Tantrix » est composée de tuiles hexagonales sur lesquelles sont dessinés des rubans comme le montre le dessin ci-contre.  
 Un ruban part du milieu d'un côté pour aller vers le milieu d'un autre côté. Il y a quatre couleurs en tout, mais sur chaque tuile ne figurent que trois rubans de couleurs différentes.  
 De combien de tuiles différentes est composé un jeu complet ?
- 
- (Site Web officiel du jeu : [www.tantrix.com](http://www.tantrix.com))
- 25) Vous voulez construire un château de cartes avec un jeu de 52 cartes.  
 Combien d'étages aura votre château ? Le château doit être complet, mais on peut utiliser moins de 52 cartes.
- 26) Combien de mots différents de 7 lettres alternant consonne et voyelle peut-on former...  
 a) si la première lettre est une consonne ?  
 b) si la première lettre est une voyelle ?
- 27) On a un lot de 6 pièces de rechange dont 3 sont bonnes et 3 sont défectueuses.  
 a) Combien peut-on réaliser d'échantillons différents de trois pièces ?  
 b) Combien, parmi ces échantillons, contiennent trois bonnes pièces ?  
 c) Combien contiennent au moins une pièce bonne ?
- 28) Un représentant s'apprête à visiter cinq de ses clients. De combien de façons peut-il faire cette série de visites...  
 a) s'il les fait toutes le même jour ?  
 b) s'il en fait trois un jour et deux le lendemain ?
- 29) Un mille-pattes dispose de vingt et une paires de bottes identiques. Il les prend au hasard pour les enfiler sur chacune de ses quarante deux pattes, sans tenir compte de la nature de la botte. Combien a-t-il de manières différentes d'être chaussé ?
- 30) De combien de manières peut-on partager 9 jouets entre 4 enfants, sachant que le plus jeune enfant doit recevoir 3 jouets et les autres enfants 2 jouets ?
- 31) Marc et Eric disputent un tournoi de tennis. Le premier à gagner deux parties de suite ou un total de trois parties, gagne le tournoi. Dénombrer toutes les différentes manières selon lesquelles le tournoi peut se dérouler.