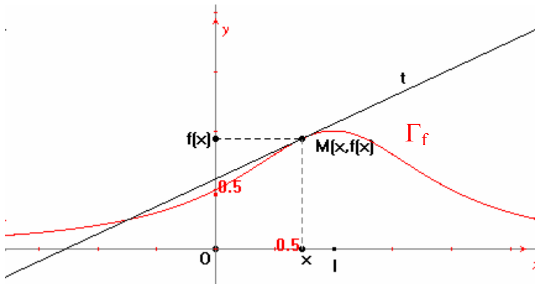
Modélisation de la démonstration du théorème de Lagrange (accroissements finis)

1) Construire Γ_f le graphique de la fonction f définie par

$$y = f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}$$ puis la tangente t qui " surfe " sur le graphique Γ_f au point M(x ;f(x)).

Lorsque la tangente t est horizontale, parallèle à (OI), l'abscisse de M est x = 1 (abscisse du maximum, zéro de la dérivée de f)

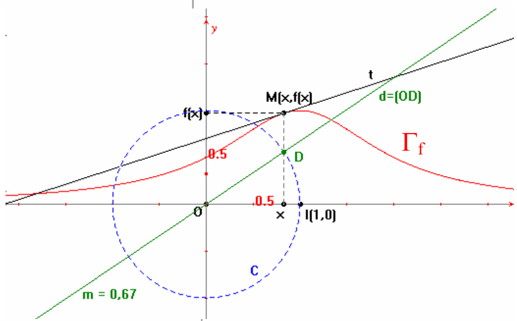


2) Construire la droite d, graphique de la fonction affine g définie par y = g(x) = mx, avec la pente m variable :

une idée : construire le cercle $\mathcal{C}(O,1)$ et un point D sur $\mathcal{C}$;

la droite d=(OD) tourne autour de O lorsque le point D parcourt $\mathcal{C}$.

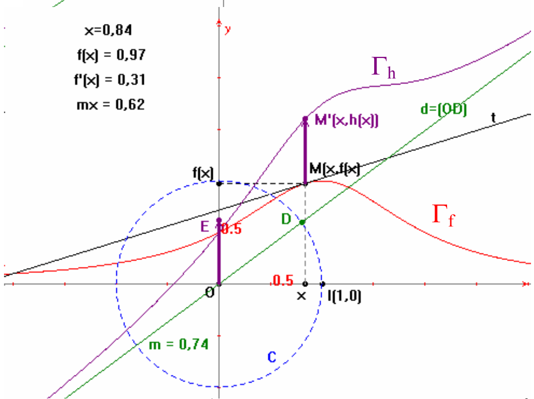
Afficher la pente m de d (avec l'outil pente).



3) Construire le graphique Γ_h de la fonction h définie par

$$y = h(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2} + mx \;;$$

une idée : construire le point M', translaté du point M(x,f(x)) de vecteur $\overrightarrow{OE}$, où E est le point d'abscisse 0 et d'ordonnée m·x *(avec la calculatrice afficher m·x, puis report sur (OJ)).*



4) Construire la tangente t' au point M'(x,h(x)) qui " surfe " sur le graphique Γ_h .

Vérifier que lorsque x = 1, la tangente t est horizontale et la tangente t' à Γ_h est parallèle à d = (OD).

Déplacer le point D sur le cercle $\mathcal{C}(O,1)$, les droites t' et (OD) restent **parallèles** !