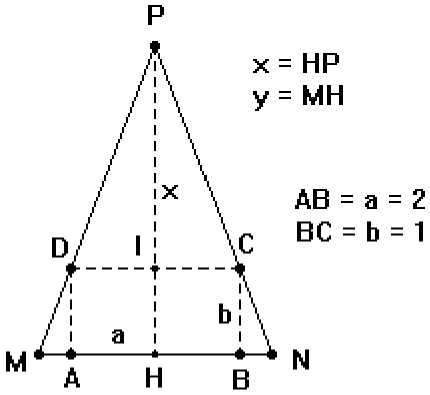
Cabri-géomètre II

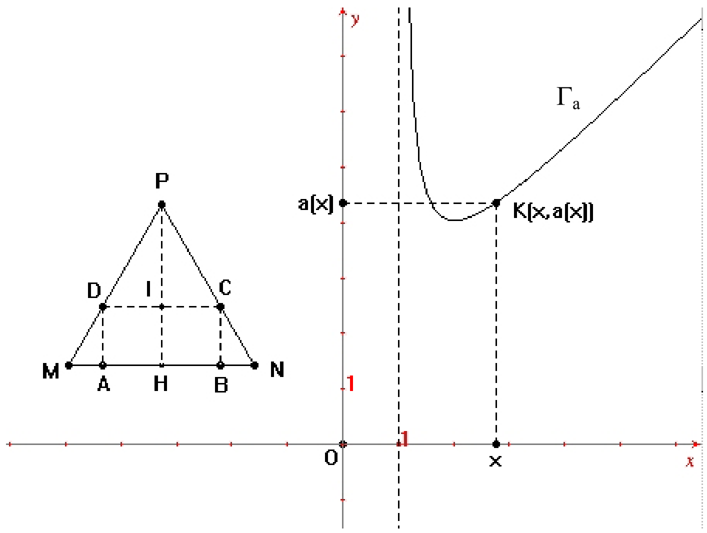
Un exemple de limite infinie avec une asymptote verticale et une asymptote affine

Déterminer la fonction a qui donne l'aire a(x) d'un triangle isocèle ΔMNP circonscrit à un rectangle fixe ABCD dont les dimensions sont AB = a = 2 et BC = b = 1, avec x = HP, hauteur du triangle ΔMNP, comme variable.

- ♥ constantes : a = 2 et b = 1
- ♥ fonction : aire = base · hauteur = $\frac{1}{2}$MN · HP = MH · HP = y · x
- ♥ variable : HP = x, avec 1 < x
- ♥ paramètre : MH = y
- ♥ calcul de a(x) : …*à faire formellement pour demain*



Construire cette figure avec Cabri-géomètre :



Représentation graphique de la fonction a :
lorsque le point P se rapproche du point I,
x tend vers 1 par la droite et le point K (x,a(x)) dessine une courbe qui se rapproche de la droite verticale x = 1, sans jamais la couper.
On a

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} a(x) = \lim_{\substack{x \to 1 \\ >}} \frac{x^2}{x-1} = \left(\frac{1}{0_+}\right) = +\infty .$$

Cette limite " infinie" traduit la présence d'une droite verticale (d'équation x = 1) qui " accompagne" la courbe de la fonction a lorsque x tend vers 1 .

De plus, si P s'éloigne indéfiniment de la droite (DC), alors x tend vers $+\infty$ et l'aire a(x) augmente indéfiniment : on a $\lim_{x+\infty} a(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x-1} = +\infty$. Le graphique Γ_a de la fonction a admet-elle aussi une asymptote à l'infini ? Graphiquement il semble que oui ! Pouvez-vous la conjecturer à partir de cette construction ? Avec le cours, calculez-la !