

## Expérimenter avec Cabri-géomètre : chasse au trésor - solutions

### Chasse au trésor

Il s'agit de déterrer un trésor enfoui dans un endroit où se dressaient trois arbres : un chêne (point C), un pin (point P) et un bouleau (point B). Les indications étaient les suivantes : se placer sous le bouleau, face au chêne et au pin. Le chêne sera situé à droite et le pin à gauche. Se rendre jusqu'au chêne en comptant le nombre de pas ; une fois le chêne atteint, tourner de  $90^\circ$  degré à droite, faire autant de pas que du bouleau au chêne et marquer cet endroit d'un jalon  $J_1$ . Retourner ensuite au bouleau puis au pin en comptant toujours le nombre de pas. Une fois arrivé au pin, tourner de  $90^\circ$  à gauche et compter autant de pas que du bouleau au pin, et poser le deuxième jalon  $J_2$ . Le trésor est enfoui entre les deux jalons, exactement au milieu.

Avec des indications aussi précises, diriez-vous, il n'est pas besoin d'être sorcier pour trouver la cachette du trésor.

Et pourtant... Lorsque le chercheur se présenta sur les lieux, il découvrit bien le chêne, le pin mais point de bouleau.

Il réussit néanmoins à déterrer le trésor. Comment s'y est-il pris ?

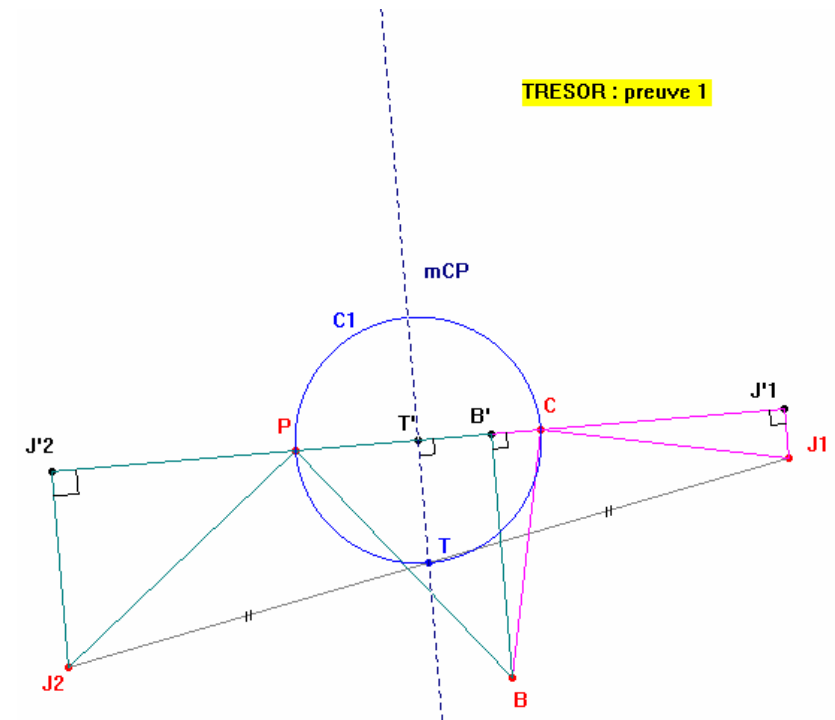
**On demande un rapport de recherche écrit accompagné d'une figure Cabri à enregistrer sous le nom " trésor.fig " (sur une disquette).**

SOLUTIONS :

voir la figure Cabri : [preuve-1](#) ;

voir la figure Cabri : [preuve-2](#) .

Preuve 1 :



**TRESOR : preuve 1**

**Solution :**

Construire les points  $J'_1$ ,  $J'_2$ ,  $B'$  et  $T'$  les projetés orthogonaux respectivement de  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $B$  et  $T$ . Les triangles  $J_1J'_1C$  et  $BB'C$  sont isométriques, donc  $J_1J'_1 = B'C$  et  $CJ'_1 = BB'$ .

De même, les triangles  $J_2J'_2P$  et  $BB'P$  sont isométriques, donc  $J_2J'_2 = PB'$  et  $PJ'_2 = BB'$ . Le point  $T$  étant le milieu de  $J_1J_2$ , la droite  $(TT')$  est la médiane du trapèze  $J_1J'_1J'_2J_2$ , d'où  $TT' = \frac{1}{2}(J_1J'_1 + J_2J'_2) = \frac{1}{2}(B'C + PB') = \frac{1}{2} PC$ .

D'autre part, puisque  $T'$  est le milieu du segment  $J'_1J'_2$  et que  $CJ'_1 = (BB') = PJ'_2$ , on en déduit que  $T'$  est le milieu de  $CP$ . Donc la position du point  $T$  ne dépend pas du point  $B$ .

Pour construire le point  $T$ , il suffit de construire la médiatrice du segment  $CP$  et le cercle de Thalès  $C_1$  du segment  $CP$ , le point  $T$  dans la direction qui laisse le point  $C$  à droite et le point  $P$  à gauche est le point solution.

Preuve 2 :

**TRESOR : preuve 2**

Autre solution :

B est l'image de J1 par la rotation de centre C et d'angle  $-90^\circ$  ;

J2 est l'image de B par la rotation de centre P de d'angle  $-90^\circ$  ;

donc J2 est l'image de J1 par une symétrie centrale (composée de deux rotations d'angle  $90^\circ$ ).

Il reste à déterminer le point fixe (le centre de symétrie) :

Il suffit de prendre n'importe quel point du plan, son image

et d'en déterminer le point milieu ;

le point C est invariant dans la première rotation, il admet C' comme image dans la deuxième rotation ; d'où T est le point milieu du segment CC' .

-90

