

## Etude de la perspective cavalière avec Cabri-géométre - corrigé

### Représenter en PC un tétraèdre régulier à partir du curseur.

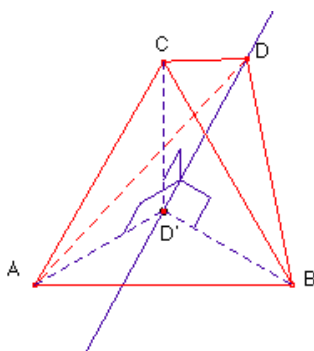
Remarques préliminaires : Il faut d'abord définir la PC utilisée, en choisissant : le plan frontal, le coefficient et l'angle de fuite de la PC ; ce qui équivaut à la donnée de l'image d'un repère orthonormé  $(O, \vec{OI}, \vec{OJ}, \vec{OK})$  de l'espace tel que  $(O, \vec{OI}, \vec{OK})$  soit un repère du plan frontal (ou ce qui revient au même, de l'image d'un cube ayant une face portée par le plan frontal).

Le choix du plan frontal est stratégique, il est souhaitable qu'il contienne le maximum de sommets du polyèdre. Le dessin en PC de la section du polyèdre par le plan frontal ne posera (en général) pas de problème puisqu'en vraie grandeur (vg). Pour placer les autres sommets, on aura recours (si nécessaire) à une figure en vg et on utilisera principalement l'effet d'une PC sur le barycentre. On s'intéressera, en particulier, aux perpendiculaires au plan frontal issues de ces sommets (des fuyantes).

Soit ABCD un tétraèdre régulier, on choisit (par exemple) le plan (ABC) comme plan frontal : la face ABC sera donc représentée en vg. On reprend la figure "Curseur-PC" que l'on enregistre sous le nom "Tétraèdre en PC avec curseur". On se donne un point de base A et un point sur objet B de la parallèle par A à (OI), puis on construit le point C tel que le triangle ABC soit équilatéral (C au dessus de (AB)). Il ne reste "plus qu'à" construire le quatrième sommet D du tétraèdre.

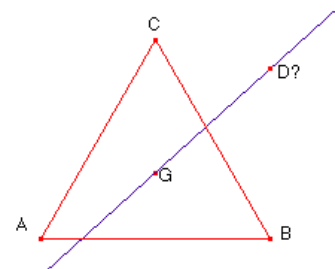
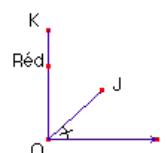
Considérons le projeté orthogonal de ce point D sur le plan frontal (ABC), appelons D' ce point. En appliquant Pythagore trois fois dans les triangles ADD', BDD' et CDD' on obtient :  
 $DD'^2 + BD'^2 = BD^2$  et  $DD'^2 + AD'^2 = AD^2$  et  $DD'^2 + CD'^2 = CD^2$  ou encore  
 $BD'^2 = BD^2 - DD'^2$  et  $AD'^2 = AD^2 - DD'^2$  et  $CD'^2 = CD^2 - DD'^2$  ; or  $AD = BD = CD = a$ , l'arête du tétraèdre régulier.

On en déduit donc que  $BD' = AD' = CD'$  et donc que D' est le centre du cercle circonscrit au triangle équilatéral ABC et donc son centre de gravité (barycentre). On rebaptise D' en G. Alors le segment [D,G] est porté par une fuyante (car (DG) est orthogonale au plan frontal (ABC)) et sa longueur sur le dessin étant sa longueur en vg multipliée par le coefficient k de la PC. Il suffit donc de connaître la longueur du segment [GD] en vg pour pouvoir placer le point D sur la droite parallèle à (OI) par G.



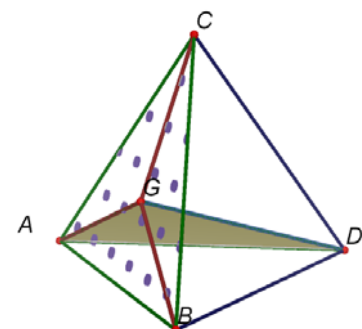
coefficient de réduction  
 $k = OJ/OI = 0,67$

Angle de fuite  
 $\angle IOJ = 42,0^\circ$



Pour cela, représentons le triangle AGD, rectangle en G, en vg : à partir d'un segment [AB], on construit le cercle de centre A et de rayon AG, puis le cercle de Thalès du segment [AB] ; ces deux cercles se coupent en  $G_1$  et  $G_2$  ; le triangle  $ABG_1$  (et en particulier le segment  $[BG_1]$ ) est la représentation du triangle ADG ( du segment [GD] ) en vg. Soit  $D_1$  le point d'intersection de la parallèle à (OI) issue de G et du cercle de centre G et de rayon  $BG_1$ .

Il nous reste à construire le point D tel que  $k = OJ/OI = GD/GD_1$



[ouvrir la figure cabri 3D](#)

