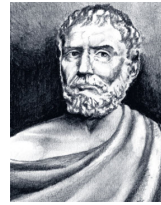


Chapitre 5

Le théorème de Thalès



* Rappel : les isométries : applications qui conservent les distances.

1) La translation ; 2) La rotation

3) La symétrie axiale ; 4) La symétrie centrale

Deux figures sont dites isométriques si il existe une isométrie qui transforme l'une en l'autre. (en somme, elles sont "superposables")

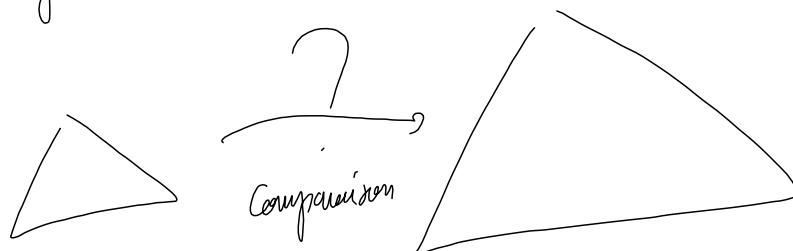
* Mais, deux cercles ne sont pas forcément isométriques tout en ayant "la même forme".

Comment les comparer ?

Comment comparer 2 figures de même forme, (pas forcément de même taille)

exemple : * 2 triangles isométriques (de même forme et même taille) sont dits "égaux"

* Mais si ils sont de même forme (pas forcément de même taille) alors ... ?



L'outil de travail est l'homothétie :

Définition 18 On appelle **homothétie** de centre A et de rapport r ($r \neq 0$) l'application

$$\mathcal{H}_{(A,r)}: \mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P}$$

$$M \mapsto M' = \mathcal{H}_{(A,r)}(M) \quad \text{et} \quad \vec{AM'} = r \cdot \vec{AM}$$

(*) cf cours de géom. vect.

* Si $r=1$, alors $\mathcal{H}_{(A,1)} = \text{id}_{\mathbf{P}}$ (identité dans le plan $\mathbf{P}$)

(remarque: en algèbre : $\text{id}_{\mathbb{R}}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto y = \text{id}_{\mathbb{R}}(x) = x$)

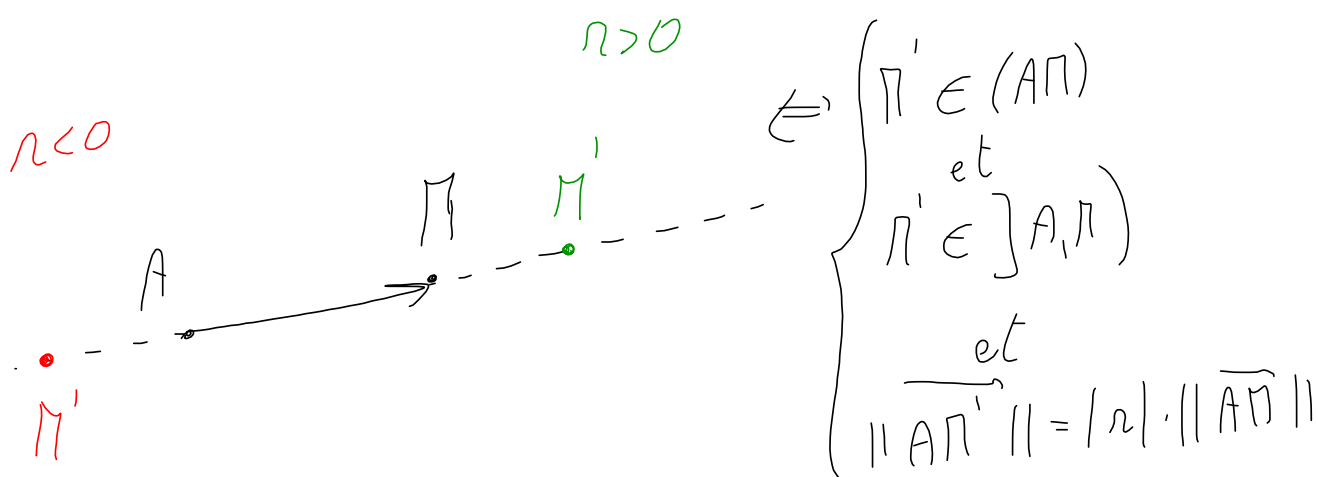
* Si $r=-1$: alors $\mathcal{H}_{(A,-1)} = \mathcal{S}_A$: symétrie de centre A

* Par une homothétie, l'image d'un cercle $\mathcal{C}(O, R)$ de centre O et de rayon R sera un autre cercle $\mathcal{C}'(O', R')$ avec $O' = \mathcal{H}_{(A,r)}(O)$

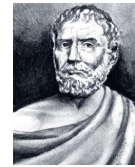
$$\text{et } R' = r \cdot R.$$

$$\overrightarrow{AP'} = \lambda \cdot \overrightarrow{AP}$$

$$\lambda \in \mathbb{R}^*$$



Le théorème de Thalès



Énoncé du théorème de Thalès

(H) $A \notin (BC)$ (on donne un triangle $\triangle ABC$)
 $D \in (AB)$ et $d \ni D$ et $d \cap (AC) = \{E\}$

(T) $d \parallel (BC) \iff \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

(D) 1) thm. direct: " $\implies$ " sans démonstration
 2) thm. réciproque: Soit $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = k \geq 0$

$$\iff AE = k \cdot AC \text{ et } AD = k \cdot AB$$

Mais A, C, E alignés et A, B, D alignés

donc $\overrightarrow{AC}$ colin. à $\overrightarrow{AE}$, et $\overrightarrow{AB}$ colin. à $\overrightarrow{AD}$
 et $\overrightarrow{AE} = k \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD} = k \cdot \overrightarrow{AB}$ d'après les cas ① et ②
 et $\overrightarrow{AE} = (-k) \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD} = (-k) \cdot \overrightarrow{AB}$ d'après le cas ③

Ainsi, d'après les cas ① et ②, on a: $d \parallel (BC)$ car
 leurs vecteurs directeurs sont colinéaires:

en effet:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DE} &= \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AE} \quad (\text{Chasles}) \\ &= k \cdot \overrightarrow{BA} + k \cdot \overrightarrow{AC} \quad (\text{H}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= k \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) \quad (\text{esp. vectoriel}) \\ &= k \cdot \overrightarrow{BC} \quad (\text{Chasles}) \end{aligned}$$

donc $\overrightarrow{DE}$ colin. à $\overrightarrow{BC}$ donc $\underbrace{(DE)}_d \parallel (BC)$
 (*idem d'après le cas ③)
 c.q.f.d.

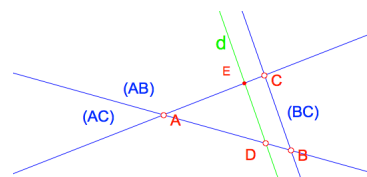


figure n°1

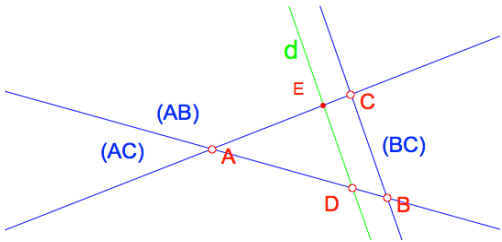


figure n°2

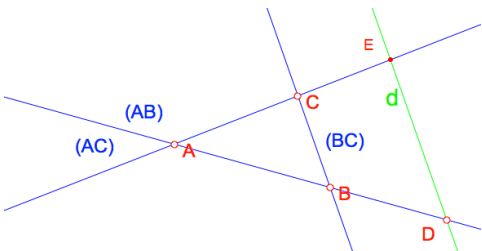
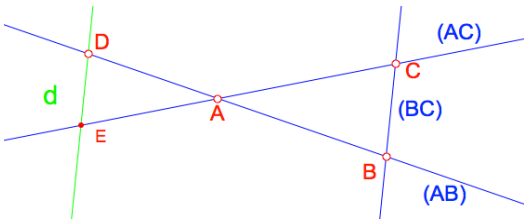
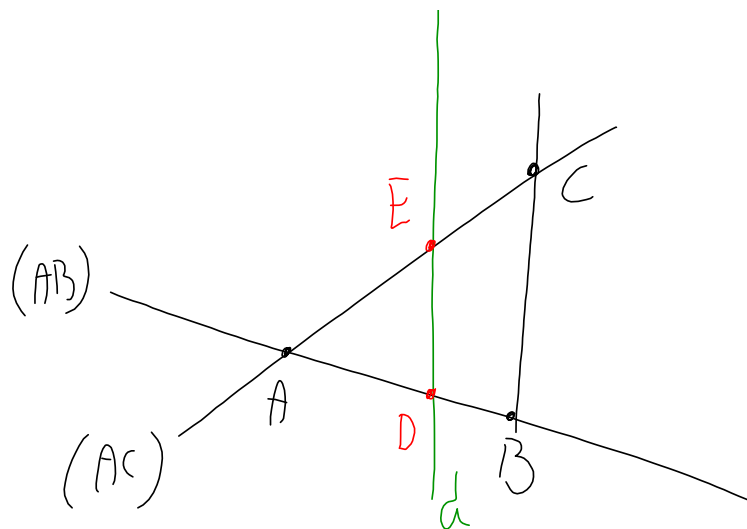


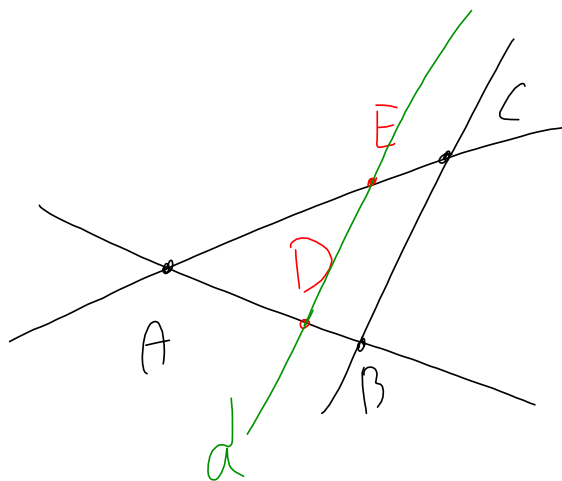
figure n°3





$$d \parallel (BC)$$

$$\frac{AC}{AE} = \frac{AB}{AD}$$



$$\text{Si } \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow d \parallel (BC)$$

Pièces jointes

exe14-4.fig



Thales-2F-2020.pps