Examen préparatoire de trigonométrie

1) Compléter les cases **non grisées** du tableau suivant :

x	$37\pi/6$	$-5\pi/2$	$7\pi/4$	$15\pi/3$	$-13\pi/6$
cos(x)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$
sin(x)		-1		0	
tan(x)		X		0	
cot(x)	$\sqrt{3}$		-1		$-\sqrt{3}$

2) Si $\tan(x) = \frac{-5}{12}$, calculer sin(x) , cos(x) et cot(x) . Faire une figure représentative.

3) Simplifier l'expression : $\cos(\frac{\pi}{2} - x) + \cos(\frac{3\pi}{2} - x) - \cos(\frac{5\pi}{2} - x) + \cos(\frac{7\pi}{2} - x) = \ldots$

4) Résoudre les équations trigonométriques suivantes :

a) $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ b) $\sin(x) = \cos(2x)$

c) $\tan^2(t) - 4\tan(t) + 3 = 0$ d) $15\cos^2(t) + 2\cos(t) - 8 = 0$

2) Soit $\tan(x) = \frac{-5}{12}$, alors

$\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)} = \frac{-12}{5}$

et

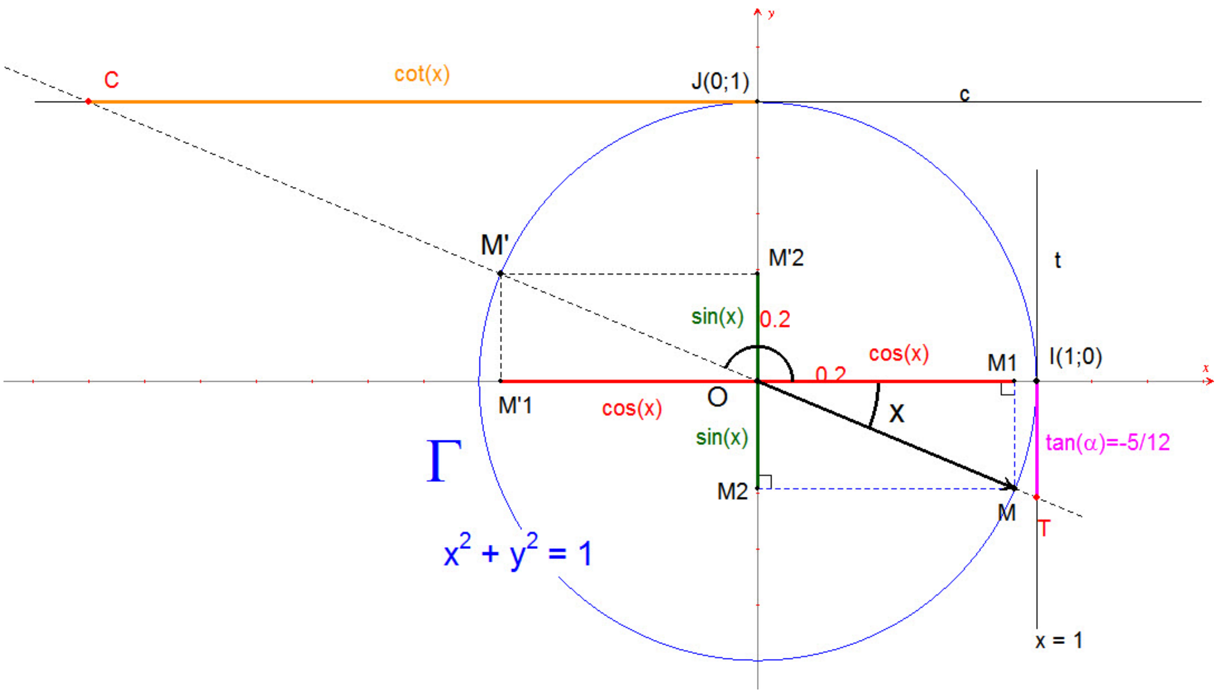
$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} = \frac{-5}{12}$ et $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

$\Leftrightarrow \sin(x) = \frac{-5}{12}\cos(x)$ et $\left(\frac{-5}{12}\cos(x)\right)^2 + \cos^2(x) = 1$

et $\cos^2(x)\left(\frac{25}{144} + 1\right) = 1$

et $\cos^2(x) = \frac{144}{169}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos(x) = \frac{12}{13} \text{ et } \sin(x) = \frac{-5}{12} \cdot \frac{12}{13} = \frac{-5}{13} \\ \text{ou} \\ \cos(x) = \frac{-12}{13} \text{ et } \sin(x) = \frac{5}{13} \end{cases}$$



y
C
cot(x)
J(0;1)
c
M'
M'2
t
sin(x)
0.2
cos(x)
M1
I(1;0)
0.2
x
M'1
cos(x)
O
X
sin(x)
tan(α)=-5/12
Γ
M2
M
T
x² + y² = 1
x = 1

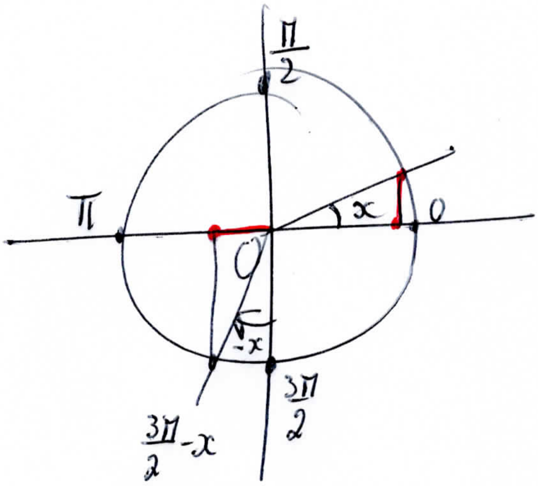
exe 3 :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) - \cos\left(\frac{5\pi}{2}-x\right) + \cos\left(\frac{7\pi}{2}-x\right) =$$

$$\cancel{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} + \cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) - \cancel{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} + \cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) =$$

$$2\cos\left(\frac{3\pi}{2}-x\right) =$$

$$-2\sin(x)$$



exe 4 :

a) $\cos(x) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ et $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \cos(x) = -\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{3\pi}{4} + k2\pi \,;\, \frac{-3\pi}{4} + k2\pi \right\}$

b) $\sin(x) = \cos(2x)$ et $x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos(2x)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = 2x + k2\pi \\ \text{ou} \\ \frac{\pi}{2} - x = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$

$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ ou $x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi$

$\Leftrightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} \,;\, \frac{-\pi}{2} + k2\pi \right\}$

c) $\tan^2(t) - 4\tan(t) + 3 = 0$ et $t \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

$\Leftrightarrow y = \tan(t)$ et $y^2 - 4y + 3 = 0$

et $(y-3)(y-1) = 0$

$\Leftrightarrow \tan(t) = 3$ ou $\tan(t) = 1$

$\Leftrightarrow \tan(t) \cong \tan(1{,}25)$ (calcul.) ou $\tan(t) = \tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (avec le tableau)

$\Leftrightarrow t \in \left\{ 1{,}25 + k\pi \,;\, \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$

d) $15\cos^2(t) + 2\cos(t) - 8 = 0$ et $t \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \cos(t) = y$ et $15y^2 + 2y - 8 = 0$

$$\begin{cases} m + n = 2 \\ m \cdot n = 15 \cdot (-8) \\ = 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \, (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \cdot 2 \cdot 2 = 12 \\ n = -5 \cdot 2 = -10 \end{cases}$$

et $15y^2 + 12y - 10y - 8 = 0$

et $3y(5y+4) - 2(5y+4) = 0$

et $(5y+4)(3y-2) = 0$

$\Leftrightarrow \cos(t) = \frac{-4}{5}$ ou $\cos(t) = \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \cos(t) \cong \cos(2{,}50)$ ou $\cos(t) \cong \cos(0{,}84)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t \cong 2{,}5 + k2\pi \\ \text{ou} \\ t \cong -2{,}5 + k2\pi \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} t \cong 0{,}84 + k2\pi \\ \text{ou} \\ t \cong -0{,}84 + k2\pi \end{cases}$$

$\Leftrightarrow t \in \left\{ 2{,}5 + k2\pi \,;\, -2{,}5 + k2\pi \,;\, 0{,}84 + k2\pi \,;\, -0{,}84 + k2\pi \right\}$