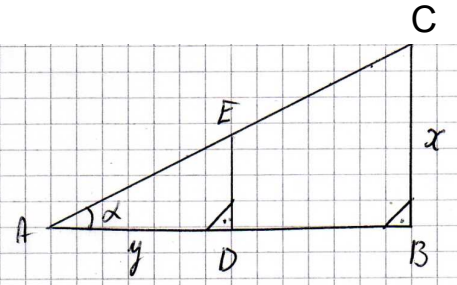
3) Un arbre donne une ombre sur le sol quand les rayons du soleil font un angle de 55° avec le sol.
Au même instant, à 8 mètres de l'arbre, un piquet vertical de 3 mètres de hauteur est planté en terre .
a) Faire une figure d'étude.
b) Calculer l'ombre du piquet.
c) Calculer la hauteur de l'arbre.

4) On donne un triangle $\Delta ABC$ et $B' = p_{\perp}(B) \in (AC)$ le pied de la hauteur issue du point B.
si $\alpha = 25°$ , $h = BB' = 4$ et $b = AC = 13$, calculer $x = AB'$ et $\beta = \mu_d(\measuredangle CBB')$ .
(faire une figure d'étude)

5) Une tour circulaire de 20 mètres de diamètre est vue sous un angle horizontal de $\alpha = 18°$.
A quelle distance du point le plus proche de la tour se trouve-t-on ?

6) Quelle est la hauteur d'une tour qui donne 36 mètres d'ombre lorsque le soleil est élevé de 37,5° dessus de l'horizon dans l'après-midi.
Au même moment un homme de 2,15m passe près de la tour, quelle est son ombre ?
Une heure plus tard l'ombre de la tour est de 42 mètres, quelle est l'inclinaison du soleil ?

3) Un arbre donne une ombre sur le sol quand les rayons du soleil font un angle de 55° avec le sol.
Au même instant, à 8 mètres de l'arbre, un piquet vertical de 3 mètres de hauteur est planté en terre .
a) Faire une figure d'étude.
b) Calculer l'ombre du piquet.
c) Calculer la hauteur de l'arbre.




3) Données:

- $\sphericalangle \alpha$ angle du soleil avec le sol: $\alpha = 55°$
- hauteur de l'arbre: $x = BC$
- distance arbre-piquet: $BD = 8\ [m]$
- hauteur du piquet: $DE = 3\ [m]$

Résolution : Soit $y = AD$ l'ombre du piquet;
dans le $\Delta ADE$, rectangle en D on a: $\tan(\alpha) = \frac{ED}{AD}$

$\Leftrightarrow AD = \frac{ED}{\tan(\alpha)}$ ; a.n: $y = AD = \frac{3}{\tan(55°)} \simeq 2,10\ [m]$

Dans le triangle $\Delta ABC$, rectangle en B : $\tan(\alpha) = \frac{BC}{AB}$

$\Leftrightarrow x = BC = AB \cdot \tan(\alpha) = (AD + DB) \cdot \tan(\alpha) = \left(\frac{ED}{\tan(\alpha)} + DB\right) \cdot \tan(\alpha)$

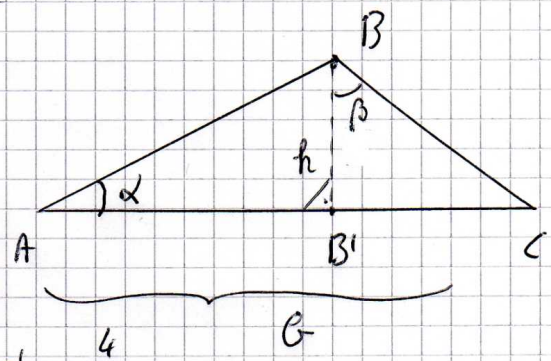
$= ED + DB \cdot \tan(\alpha)$

- a.n.: $x = 3 + 8 \tan(55°) \cong 14,42$ m

4) On donne un triangle ΔABC et B'= $p_{\perp}$(B)∈(AC) le pied de la hauteur issue du point B.
si α = 25° , h = BB' = 4 et b = AC = 13, calculer x = AB' et β = $\mu_d(\measuredangle CBB')$ .
(faire une figure d'étude)

4) Données : * un triangle ΔABC
* B' = $p_{\perp}$(B) ∈ (AC)
* α = 25° et $\measuredangle\alpha = \measuredangle BAC$
* h = BB' = 4 ; b = AC = 13
* Calculer x = AB' et β = $\mu_d(\measuredangle CBB')$

Résolution :




Dans le triangle ΔAB'B, rectangle en B' :

$\tan(\alpha) = \frac{BB'}{AB'}$

$\Leftrightarrow AB' = \frac{BB'}{\tan(\alpha)}$ ; a.n. : $x = AB' = \frac{4}{\tan(25)}$

$\approx 8,58$

Dans le triangle ΔCB'B, rectangle en B' on a :

$\tan(\beta) = \frac{B'C}{BB'}$ où $B'C = AC - AB' = AC - \frac{BB'}{\tan(\alpha)}$

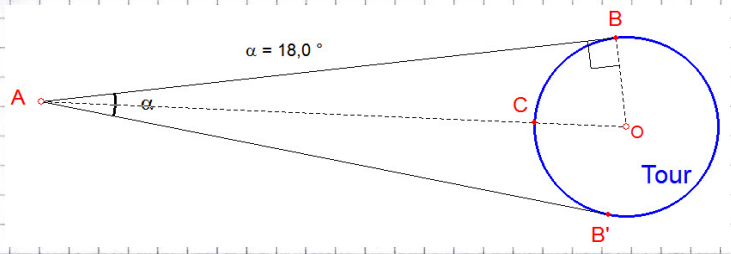
a.n : $\tan(\beta) = \frac{AC - \frac{BB'}{\tan(\alpha)}}{BB'} = \frac{13 - \frac{4}{\tan(25°)}}{4} \approx 1,1055$

$\Rightarrow \beta \approx 47,87°$

5) Une tour circulaire de 20 mètres de diamètre est vue sous un angle horizontal de $\alpha = 18°$.
A quelle distance du point le plus proche de la tour se trouve-t-on ?

5) **Données :**
- une tour de diamètre 20 [m] : $\mathcal{C}(O, r)$ et $r = 10$ [m]
- angle $\sphericalangle\alpha$ : $\alpha = 18°$
- Calculer $S(A, C) = AC$

**Résolution :** Dans le triangle $\Delta AOB$, rectangle en $B$, on a :




$$\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{OB}{AO} \iff$$

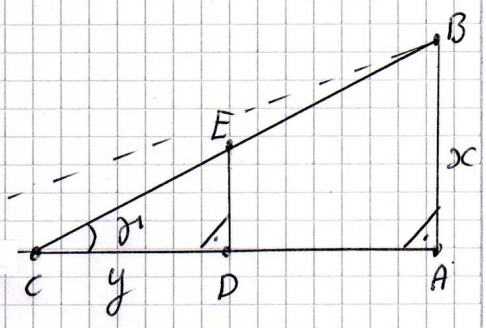
$$AO = \frac{OB}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

or $AC = AO - OC = \dfrac{OB}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - OC$

- a.n. : $AC = \dfrac{10}{\sin(9°)} - 10 \cong 53,92$ [m]

6) Quelle est la hauteur d'une tour qui donne 36 mètres d'ombre lorsque le soleil est élevé de 37,5° dessus de l'horizon dans l'après-midi.
Au même moment un homme de 2,15m passe près de la tour, quelle est son ombre ?
Une heure plus tard l'ombre de la tour est de 42 mètres, quelle est l'inclinaison du soleil ?

6) Données : * hauteur-tour : $x = AB$
* ombre-tour : $AC = 36$ [m]
* $\gamma = 37{,}5°$ et $\measuredangle\gamma = \measuredangle ACB$
* hauteur-homme : $DE = 2{,}15$ [m]
* ombre-homme : $y = CD$
* une heure plus tard : ombre-tour : $AC' = 42$ [m]
* calculer $\gamma'$ si $\measuredangle\gamma' = \measuredangle AC'B$




Résolution :

* dans le triangle $\triangle ABC$, rectangle en $A$ : $\tan(\gamma) = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AB = AC \cdot \tan(\alpha)$
- a.n. : $AB = x = 36 \cdot \tan(37{,}5°) \cong 27{,}62$ [m]

* dans le triangle $\triangle CDE$ : $\tan(\gamma) = \frac{DE}{CD} \Leftrightarrow CD = \frac{DE}{\tan(\gamma)}$
- a.n. : $CD = y = \frac{2{,}15}{\tan(37{,}5°)} \cong 2{,}80$ [m]

* dans le triangle $\triangle C'AB$ : $\tan(\gamma') = \frac{AB}{AC'} \Leftrightarrow \gamma' = \arctan\left(\frac{AB}{AC'}\right)$
- a.n. : $\gamma' = \arctan\left(\frac{36 \cdot \tan(37{,}5°)}{42}\right) \cong 33{,}33°$

7) Une personne aperçoit de l'autre côté d'un canal un arbre vertical, juste en face, sous un angle de 35°.
Il se déplace de 30 m le long de la rive et voit maintenant l'arbre sous un angle de 19°.
Calculer la largeur du canal et de la hauteur de l'arbre.

8) On demande de calculer la hauteur AH (A le sommet, H le pied de la montagne) d'une montagne par rapport à une plaine.
Soient B et C deux points accessibles dans cette plaine distants de 250 mètres.
Soient les angles $\measuredangle\beta = \measuredangle ABC$ *et* $\measuredangle\gamma = \measuredangle ACB$ avec $\beta = 79{,}6°$ et $\gamma = 87{,}4°$.
En B le rayon visuel [B,A] fait avec la verticale du lieu un angle de 23,25°.
a) faire une figure d'étude ;
b) calculer x = AH.

# Théorème du cosinus

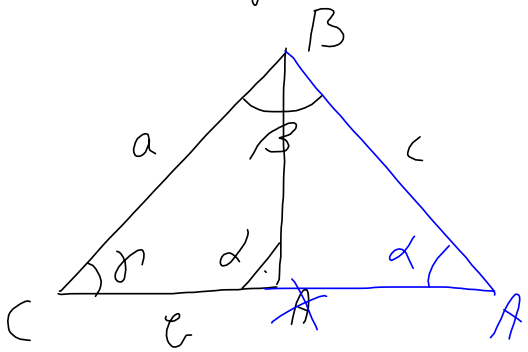
ou thm de Pythagore généralisé

## * Le théorème des sinus :

Rappel : Dans un triangle $\triangle ABC$ rectangle en $A$

On a : $\sin(\gamma) = \frac{c}{a}$

$\Leftrightarrow \frac{a}{\sin(90°)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$

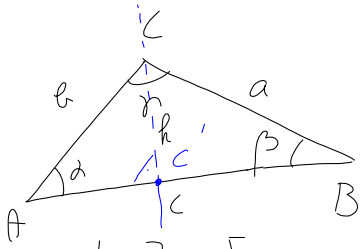



Si le triangle $\triangle ABC$ n'est pas rectangle en $A$

alors $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \left( = \frac{b}{\sin(\beta)} \right)$

(H) un triangle $\Delta ABC$

(T) $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$




(D) 1er cas:

Soit $C' = p_{\perp}(C) \in (AB)$ et $C' \in ]A,B[$

Alors: dans le triangle $\Delta ACC'$, rectangle en $C'$

On a: $\sin(\alpha) = \frac{h}{b}$ où $h = CC'$

dans le triangle $\Delta BCC'$, rectangle en $C'$

On a: $\sin(\beta) = \frac{h}{a}$

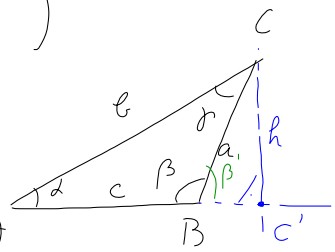
Ainsi: $\begin{cases} \sin(\alpha) = \frac{h}{b} \\ \sin(\beta) = \frac{h}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = b \cdot \sin(\alpha) \\ h = a \cdot \sin(\beta) \end{cases}$

$\Rightarrow b \cdot \sin(\alpha) = a \sin(\beta)$

$\Leftrightarrow \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$

( de même: $\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$ )

2e cas: $C' \notin [A,B]$




On a:

$\sin(\alpha) = \frac{h}{b}$ (dans le $\Delta ACC'$)

$\sin(\beta') = \frac{h}{a}$ (dans le $\Delta BCC'$)

et $\widehat{\beta'} = \widehat{C'BC}$

$\Rightarrow b \cdot \sin(\alpha) = h = a \cdot \sin(\beta')$

$\Leftrightarrow \frac{b}{\sin(\beta')} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$

ou $\beta' + \beta = 180°$

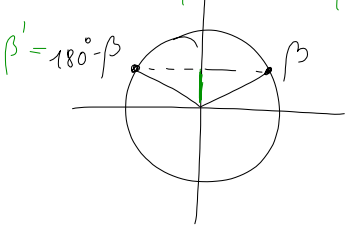
$\Leftrightarrow \beta' = 180° - \beta$

et $\sin(180° - \beta) = \sin(\beta')$

$(180° - \beta)$

et donc:

$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$




Cqfd