

Exercices de mathématique

(Trigonométrie du triangle rectangle)

Un triangle $\triangle ABC$ étant donné, on notera les longueurs des côtés :

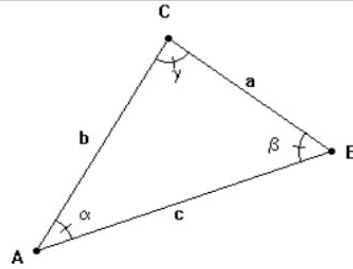
$$a = \delta(B,C) = BC, \quad b = \delta(A,C) = AC$$

$$\text{et } c = \delta(A,B) = AB$$

et les angles $\angle CAB = \alpha$ et $\mu_d(\alpha) = \alpha$,

$$\angle ABC = \beta \text{ et } \mu_d(\beta) = \beta \text{ et}$$

$$\angle BCA = \gamma \text{ et } \mu_d(\gamma) = \gamma.$$



1) Soit un triangle $\triangle ABC$ et $H = p_{\perp}(B) \in (AC)$ et $H \in [A, C]$.

On donne $\delta(A,H) = AH = 7$, $\alpha = 35^\circ$ et $\gamma = 18^\circ$.

Calculer $c = AB$, $h = BH$, $b = AC$, $a = BC$ et β .



1) Données : * un triangle $\triangle ABC$, $H = p_{\perp}(B) \in (AC)$
 et $H \in [A, C]$
 * $\delta(A,H) = AH = 7$, $\alpha = 35^\circ$, $\gamma = 18^\circ$
 * Calculer $c = AB$, $h = BH$, $b = AC$, $a = BC$ et β

Résolution : * dans le triangle $\triangle AHB$, rectangle en H

$$\text{on a : } \cos(\alpha) = \frac{AH}{AB} \Leftrightarrow AB = \frac{AH}{\cos(\alpha)}$$

- application numérique : $AB = \frac{7}{\cos(35^\circ)} \approx 8,54$

$$\text{et } \tan(\alpha) = \frac{BH}{AH} \Leftrightarrow BH = AH \cdot \tan(\alpha)$$

- a.n. : $BH = 7 \cdot \tan(35^\circ) \approx 4,90$

* dans le triangle $\triangle CHB$, rect. en H

$$\text{on a : } \tan(\gamma) = \frac{BH}{HC} \Leftrightarrow HC = \frac{BH}{\tan(\gamma)}$$

$$\text{d'où } b = AC = AH + HC = AH + \frac{BH}{\tan(\gamma)} = AH + \frac{AH \cdot \tan(\alpha)}{\tan(\gamma)}$$

- a.n. : $b = 7 + 7 \cdot \frac{\tan(35^\circ)}{\tan(18^\circ)} \approx 22,09$

$$\text{de plus : } \sin(\gamma) = \frac{BH}{BC} \Leftrightarrow BC = \frac{BH}{\sin(\gamma)} = \frac{AH \cdot \tan(\alpha)}{\sin(\gamma)}$$

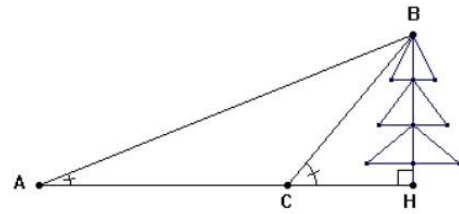
- a.n. : $a = BC = \frac{7 \cdot \tan(35^\circ)}{\sin(18^\circ)} \approx 15,86$

* dans le triangle $\triangle ABC$: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

$$\Leftrightarrow \beta = 180^\circ - (\alpha + \gamma)$$

- a.n. : $\beta = 180^\circ - (35^\circ + 18^\circ) = 127^\circ$

- 2) Un arbre d'une hauteur inconnue $x = BH$ est observé par une personne située en C à trois mètres ($CH = 3$) du pied de l'arbre sous un angle de 50° ($\gamma = 50^\circ$). Cette personne recule de 8 mètres ($AC = 8$).
- Calculer la hauteur x de l'arbre.
 - Calculer la mesure α de l'angle sous lequel l'observateur voit l'arbre en A.



2) Données :

- * hauteur de l'arbre : $x = BH$
- * distance de l'observateur à l'arbre : $CH = 3$ [mètres]
- * γ : angle d'observation : $\gamma = 50^\circ$
- * recul de l'observateur : $CA = 8$ [mètres]

Résolution :

* Calcul de x : $\tan(\gamma) = \frac{BH}{CH}$ ds le $\triangle CHB$, rect. en H.

$$\Rightarrow BH = x = CH \cdot \tan(\gamma)$$

- a. n. : $x = 3 \cdot \tan(50^\circ) \approx 3,58$ [m]

* soit $\alpha = \angle HAB$: $\tan(\alpha) = \frac{BH}{AH} = \frac{CH \cdot \tan(\gamma)}{AC + CH}$

- a. n. : $\tan(\alpha) = \frac{3 \cdot \tan(50^\circ)}{8 + 3} \approx 0,325$

$$\Rightarrow \alpha \approx 18^\circ$$