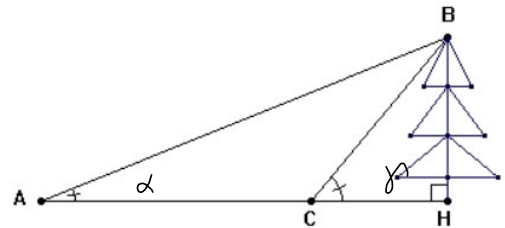


- 2) Un arbre d'une hauteur inconnue $x = BH$ est observé par une personne située en C à trois mètres ($CH = 3$) du pied de l'arbre sous un angle de 50° ($\gamma = 50^\circ$). Cette personne recule de 8 mètres ($AC = 8$).
- Calculer la hauteur x de l'arbre.
 - Calculer la mesure α de l'angle sous lequel l'observateur voit l'arbre en A.



2) Données :

- * hauteur de l'arbre : $x = BH$
- * distance de l'observateur à l'arbre : $CH = 3$ [mètres]
- * γ : angle d'observation : $\gamma = 50^\circ$
- * recul de l'observateur : $CA = 8$ [mètres]

Résolution :

* Calcul de x : $\tan(\gamma) = \frac{BH}{CH}$ ds le $\triangle CHB$, rect. en H.

$$\Rightarrow BH = x = CH \cdot \tan(\gamma)$$

- a. n. : $x = 3 \cdot \tan(50^\circ) \approx 3,58$ [m]

* Soit $\alpha = \angle HAB$: $\tan(\alpha) = \frac{BH}{AH} = \frac{CH \cdot \tan(\gamma)}{AC + CH}$

- a. n. : $\tan(\alpha) = \frac{3 \cdot \tan(50^\circ)}{8 + 3} \approx 0,325$

$$\Rightarrow \alpha \approx 18^\circ$$

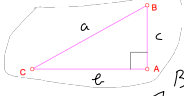
- 3) Un arbre donne une ombre sur le sol quand les rayons du soleil font un angle de 55° avec le sol. Au même instant, à 8 mètres de l'arbre, un piquet vertical de 3 mètres de hauteur est planté en terre .
- Faire une figure d'étude.
 - Calculer l'ombre du piquet.
 - Calculer la hauteur de l'arbre.
- 4) On donne un triangle $\triangle ABC$ et $B' = p_\perp(B) \in (AC)$ le pied de la hauteur issue du point B. si $\alpha = 25^\circ$, $h = BB' = 4$ et $b = AC = 13$, calculer $x = AB'$ et $\beta = \mu_d(\sphericalangle CBB')$. (faire une figure d'étude)
- 5) Une tour circulaire de 20 mètres de diamètre est vue sous un angle horizontal de $\alpha = 18^\circ$. A quelle distance du point le plus proche de la tour se trouve-t-on ?
- 6) Quelle est la hauteur d'une tour qui donne 36 mètres d'ombre lorsque le soleil est élevé de $37,5^\circ$ dessus de l'horizon dans l'après-midi. Au même moment un homme de 2,15m passe près de la tour, quelle est son ombre ? Une heure plus tard l'ombre de la tour est de 42 mètres, quelle est l'inclinaison du soleil ?

② Trigonométrie du triangle quelconque

1) Théorème du cosinus
ou thm de Pythagore généralisé

Dans un triangle $\triangle ABC$
rectangle en A
on a : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$$



④ un triangle $\triangle ABC$
quelconque
 $a = BC, b = AC, c = AB$

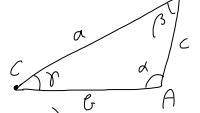
$$\angle \alpha = \angle CAB$$

$$\angle \beta = \angle ABC$$

$$\angle \gamma = \angle BCA$$

$$\textcircled{1} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{ou } b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(\beta) \\ \text{ou } c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma) \end{array} \right)$$



⑤ 1) $B' = p_{\perp}(B) \in (AC)$

$$\text{et } B' \in [A, c]$$

On a :

ds le triangle $\triangle CB'B$, rectangle en B' :

$$\text{Pyth: } BC^2 = CB'^2 + B'B'^2 \Leftrightarrow a^2 = a'^2 + h^2$$

$$\text{et } CB' = a'$$

$$B'B' = h$$

ds le triangle $\triangle AB'B$, rectangle en B' :

$$\text{Pythagore: } AB^2 = AB'^2 + B'B'^2 \Leftrightarrow c^2 = c'^2 + h^2$$

$$\text{et } AB' = c'$$

$$\text{Ainsi: } \begin{array}{l} a^2 = a'^2 + h^2 \\ c^2 = c'^2 + h^2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} h^2 = a^2 - a'^2 \\ \text{et } c^2 = c'^2 + a^2 - a'^2 \end{array}$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 + (a' - c')^2 \Rightarrow a^2 = c^2 + \underbrace{(a' - c')^2}_{=c'^2}$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 + c' \cdot (a' - c'), \text{ or } a' = b - c'$$

$$\Rightarrow a^2 = c^2 + c(b - 2c')$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - 2bc', \text{ or } \cos(\alpha) = \frac{c'}{c}$$

$$\text{et } c' = c \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)}$$

dans le triangle
 $\triangle AB'B$, rect. en B'

2) si $B' = p_{\perp}(B) \in (AC)$ et $B' \notin [A, c]$

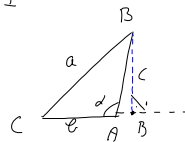
même démarche

qu'en ①

$$\text{avec } a' = CB'$$

$$c' = AB'$$

$$\text{et } b = a' + c' = a' - c'$$



$$\text{remarque: On a: } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\alpha)$$

dans un triangle $\triangle ABC$ qq.

Si le triangle est rectangle en A , alors

$$\alpha = 90^\circ \text{ et } \cos(90^\circ) = 0$$

et on obtient bien le thm de Pythagore : $a^2 = b^2 + c^2$

* Le Théorème du sinus