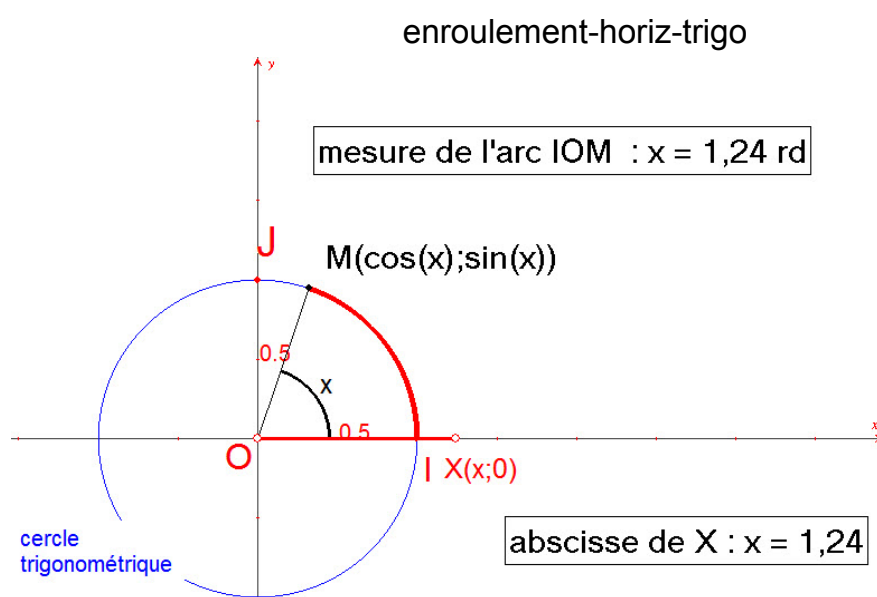




Relations entre fonctions trigonométriques d'un même arc

$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$	$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$	$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$
$\cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)}$	$\frac{1}{\cos^2(\alpha)} = 1 + \tan^2(\alpha)$	$\frac{1}{\sin^2(\alpha)} = 1 + \cot^2(\alpha)$

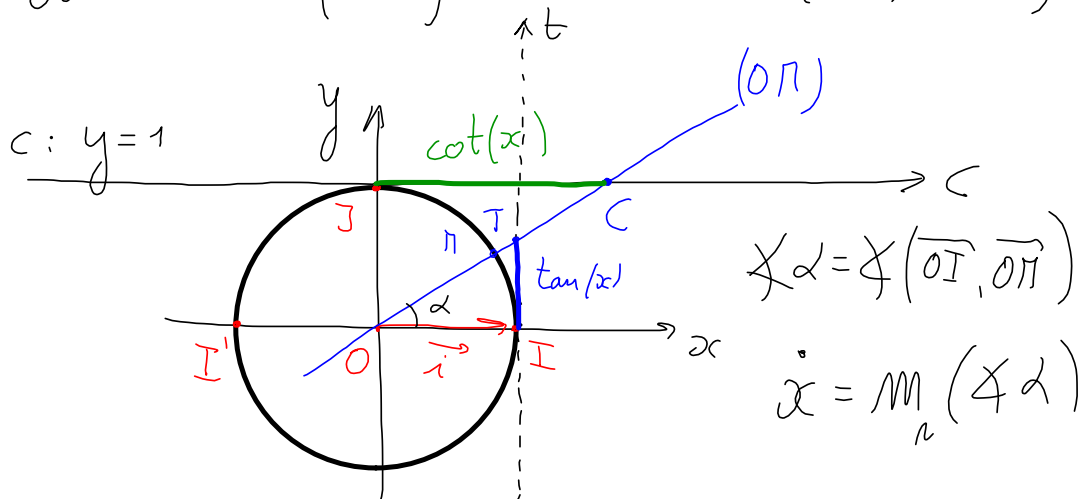
* Soit la fonction appelée "cotangente"
notée "cot" et définie ainsi :

$$\cot : \mathbb{R} - \{k\pi\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$x \longmapsto \cot(x) = \overline{JC}$$

où $C \in (0\pi) \cap \mathcal{C}$ et $\mathcal{C} = (\vec{J}, \vec{i})$

fig



Formules trigo : cf Formulaires p. 29 à 32

$$1) \cos^2(x) + \sin^2(x) = 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\left(\begin{aligned} \Leftrightarrow \sin^2(x) &= 1 - \cos^2(x) \\ \Leftrightarrow \cos^2(x) &= 1 - \sin^2(x) \end{aligned} \right)$$

$$2) \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}, \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

$$3) \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}, \forall x \in \mathbb{R} - \{k\pi\}$$

$$\textcircled{4) \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}, \forall x \in \mathbb{R} - \{k\pi\}}$$

$$5) \frac{1}{\sin^2(x)} = 1 + \cot^2(x), \forall x \in \mathbb{R} - \{k\pi\}$$

$$\textcircled{6) \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x), \forall x \in \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}}$$

3) Théorème :

$$(A) \quad x \in \mathbb{R} - \left\{ k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$$

$$(I) \quad \cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$$

$$(D) \quad \text{Soit les points } O(0; 0), T(1; \tan(x)) \text{ et } C(\cot(x); 1)$$

sont alignés, par construction,

$$\text{donc } \det(\overrightarrow{OT}, \overrightarrow{OC}) = 0$$

$$\xRightarrow{\text{géom. vect.}} \begin{vmatrix} 1 & \cot(x) \\ \tan(x) & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 1 - \tan(x) \cdot \cot(x) = 0$$

alg.
 $\Rightarrow$

$$\cot(x) = \frac{1}{\tan(x)}$$

q.f.d.

preuve de 5)

$$\textcircled{H} \quad x \in \mathbb{R} - \{k\pi\}$$

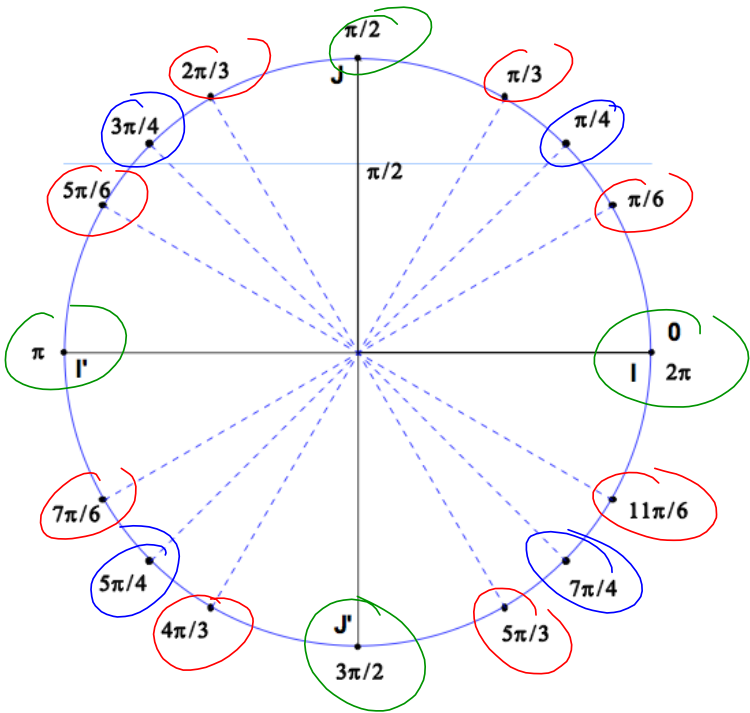
$$\textcircled{T} \quad \frac{1}{\sin^2(x)} = 1 + \cot^2(x)$$

$$\textcircled{D} \quad \frac{1}{\sin^2(x)} \stackrel{\textcircled{1}}{=} \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\sin^2(x)} = \frac{\sin^2(x)}{\sin^2(x)} + \frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)}$$

$$\stackrel{\text{alg\`ebre}}{=} 1 + \left(\frac{\cos(x)}{\sin(x)} \right)^2 \stackrel{\textcircled{4}}{=} 1 + \cot^2(x) \quad \text{qf}$$

§ 4 Calculs des valeurs trigonométriques
de référence : fig

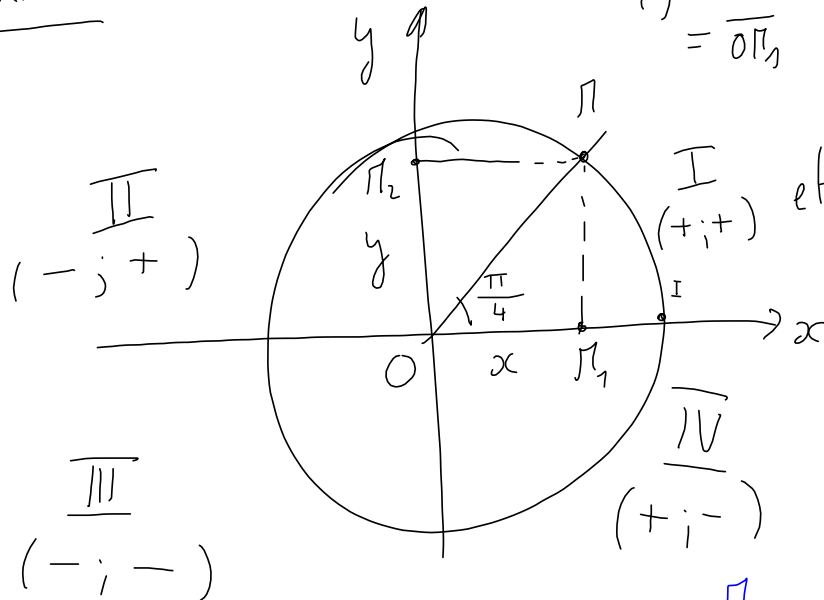
x (radian)	cos (x)	sin (x)	tan (x)	cot (x)
0	1	0	0	X
$\pi/6$				
$\pi/4$				
$\pi/3$				
$\pi/2$	0	1	X	0
$2\pi/3$				
$3\pi/4$				
$5\pi/6$				
π	-1	0	0	X
$7\pi/6$				
$5\pi/4$				
$4\pi/3$				
$3\pi/2$	0	-1	X	0
$5\pi/3$				
$7\pi/4$				
$11\pi/6$				
2π	1	0	0	X



§ 4 Calculs des valeurs trigonométriques de référence :

x (radian)	cos (x)	sin (x)	tan (x)	cot (x)
0	1	0	0	X
$\pi/6$				
$\pi/4$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	1
$\pi/3$				
$\pi/2$	0	1	X	0
$2\pi/3$				
$3\pi/4$				
$5\pi/6$				
π	-1	0	0	X
$7\pi/6$				
$5\pi/4$				
$4\pi/3$				
$3\pi/2$	0	-1	X	0
$5\pi/3$				
$7\pi/4$				
$11\pi/6$				
2π	1	0	0	X

Coincidence: Calcul de $\cos(\frac{\pi}{4}) = x$ et $\sin(\frac{\pi}{4}) = y$
 $= \overline{OM_1}$ $= \overline{OM_2}$



et $x > 0$ et $y > 0$

Oma:

le triangle OM_1M est isocèle:

car:

$$\angle OM_1M = \angle d$$

$$\angle M_1OM = \angle \alpha$$

$$\text{et } \alpha = 45^\circ$$

$$\text{et donc } \beta = 45^\circ$$

$$\text{si } \angle \beta = \angle M_1MO$$

$$\text{Donc } OM_1 = x = y = OM_2 = OM$$

et par Pythagore:

$$OM^2 = OM_1^2 + M_1M^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = x^2 + x^2$$

$$\Leftrightarrow 1 = 2x^2 \quad \Leftrightarrow 2x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow (\quad) (\quad) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{car } x > 0$$

Pièces jointes



cercle trigo-1.fig



Histoire du degre.pdf



radian.fig



cercle trigo-3.fig



cercle trigo-2.fig



enroulement-horiz-trigo.fig