

Chapitre 6 : Pythagore

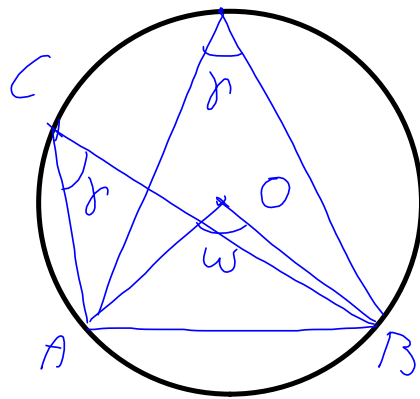
cours n°9

mardi 7 avril 2020

théorèmes connexes

le théorème de l'angle inscrit :

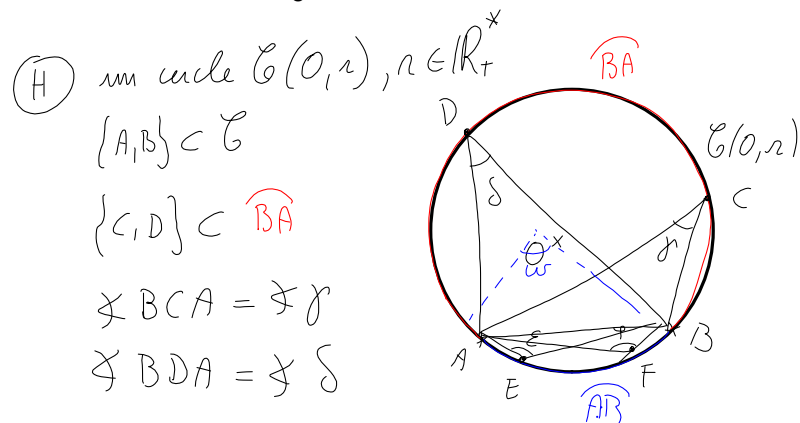
Dans un cercle, la mesure de l'angle inscrit est la moitié de celle de l'angle au centre si ces deux angles "regardent" la même corde.



$$y = \frac{1}{2} w$$

$$\Leftrightarrow 2y = w$$

Le théorème des arcs capables
et le théorème de l'angle inscrit



remarques : ① la mesure d'un angle :

$$\mu_\alpha(\angle S) = S \quad (S \in [0, 360^\circ])$$

② soit $\{E, F\} \subset \widehat{AB}$

$$\angle AEB = \angle \epsilon$$

$$\angle AFB = \angle \varphi$$

③ $S = \gamma$ (de même : $\epsilon = \varphi$)

④ On va distinguer 3 cas de figure :

Cas ① Soit la corde $[B, D] \ni O$ ($[B, D]$ est un diamètre)

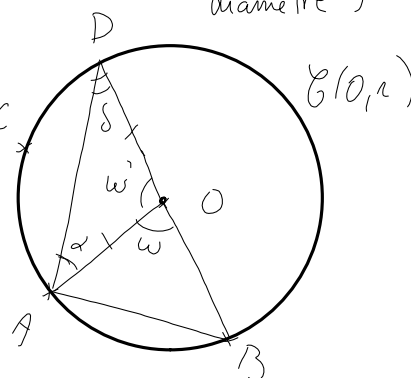
$$\angle BOA = \angle \omega$$

$$\angle DAO = \angle \alpha$$

$$\angle AOD = \angle \omega'$$

On a le triangle $\triangle AOD$
isocèle (car $OA = OD = r$)

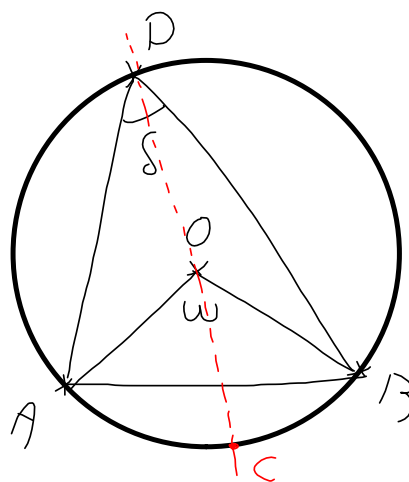
$$\text{donc } \alpha = S \quad \textcircled{1}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{On a (thm)} : \alpha + S + \omega' = 180^\circ \\ \text{et } \omega + \omega' = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow$$

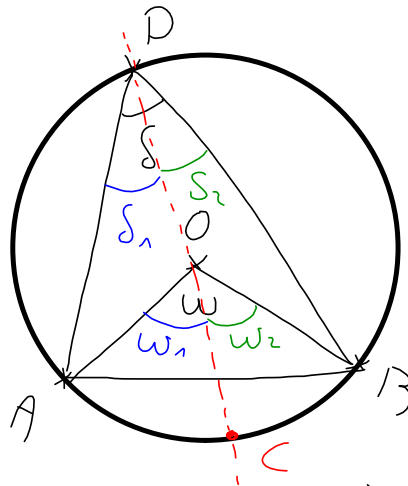
$$\left. \begin{array}{l} \omega = \alpha + S \\ \alpha = S \end{array} \right\} \Rightarrow \omega = 2S$$

Cas ② : Soit $\{B, D\} \subset \mathcal{C}$
 tel que (cf figure)
 à prouver : $\omega = 2\mathcal{S}$



Cas (2): Soit $\{B, D\} \subset \mathcal{C}$
tel que (cf figure)

à prouver: $W = 2S$



Construisons le diamètre $[DO]$. A B C

Soit $\angle S_1 = \angle CDA$

et $C \in (DO) \cap \mathcal{C}$

$\angle W_1 = \angle COA$

Alors par le 1^{er} cas: $W_1 = 2S_1$

de même: $W_2 = 2S_2$

$$\begin{array}{r} + \\ W_1 + W_2 = 2S_1 + 2S_2 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow W = 2S$$

(par construction)

Cas (3) :

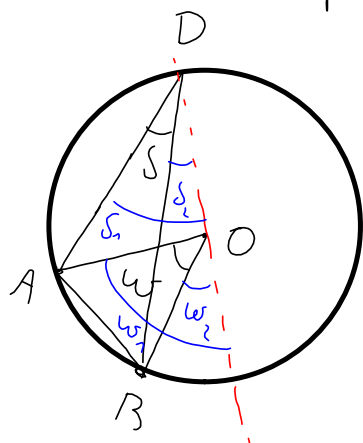
Alors par le 1^{er} cas : $W_1 = 2\delta_1$

de même : $W_2 = 2\delta_2$

$$\underline{W_1 - W_2 = 2\delta_1 - 2\delta_2}$$

$$\Leftrightarrow W = 2\delta$$

(par construction)



cfol

Caillaine $n^0=2$

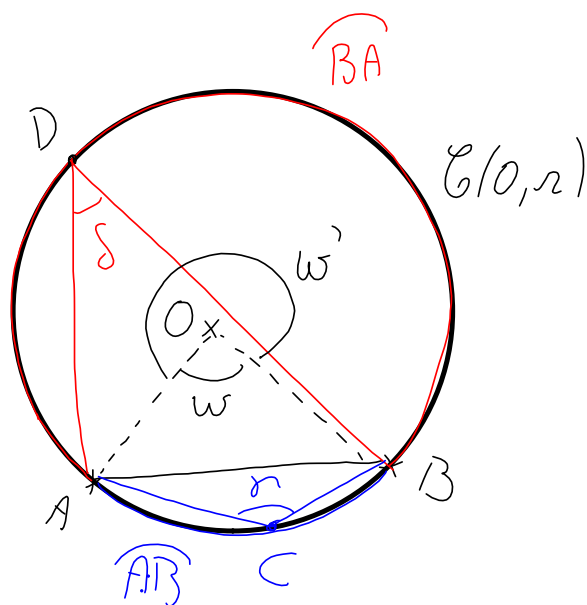
(H) $\mathcal{C}(0,2)$
et $\{A, B\} \subset \mathcal{C}$

$D \in \widehat{BA}$

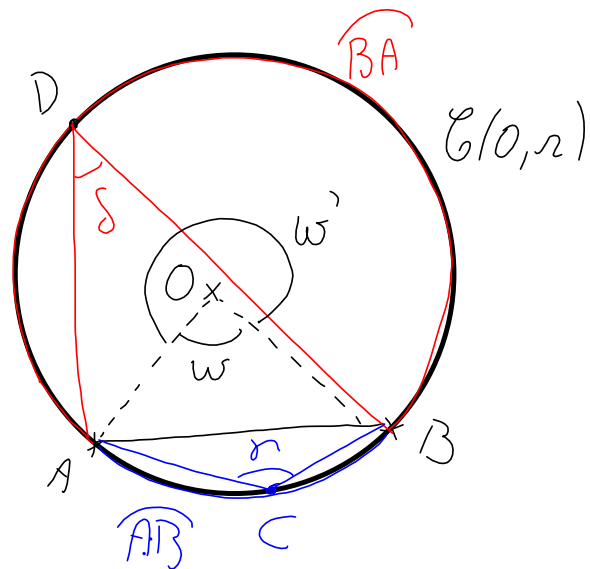
$C \in \widehat{AB}$

et $\angle S = \angle BDA$

$\angle \gamma = \angle ACB$



(T) $\delta + \gamma = 180^\circ$



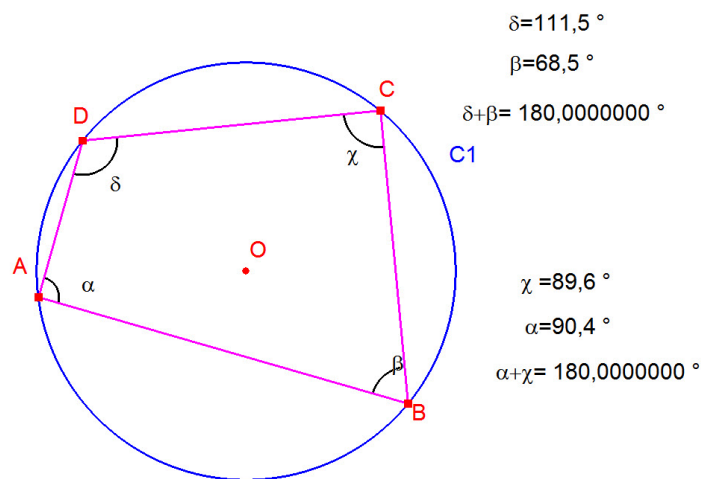
(D) par le thm. de l'angle inscrit : $\delta = \frac{1}{2} w$ où $\angle w = \angle BOA$
 de même : $\gamma = \frac{1}{2} w'$ où $\angle w' = \angle BOB$
 algèbre $\left\{ \begin{array}{l} \delta = \frac{1}{2} w \\ \gamma = \frac{1}{2} w' \end{array} \right.$

$$\delta + \gamma = \frac{1}{2} (\underbrace{w + w'}_{360^\circ})$$

$$\Leftrightarrow \delta + \gamma = 180^\circ \quad \text{qfd}$$

et pour terminer :

Soit un quadrilatère ABCD convexe, sous quelle condition est-il inscriptible dans un cercle, c'est à dire que l'on peut construire un cercle passant par A, B, C, et D ?



Pièces jointes



thm de l'angle inscrit-cas1.fig



thm de l'angle inscrit-cas2.fig



thm de l'angle inscrit-cas3.fig



cercle de Thales.fig



tangentes a un cercle.fig



quadrilatere inscriptible.fig