Chapitre 6 : Pythagore cours n°7

théorèmes connexes

réciproque de Pythagore

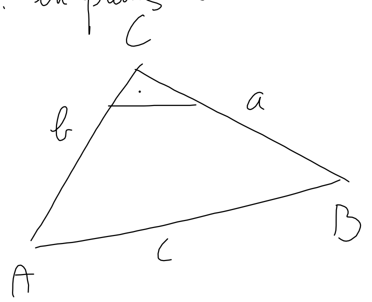
réciproque de Pythagore : en français ...

(H) un triangle ΔABC

$a = BC$

$c = AB$

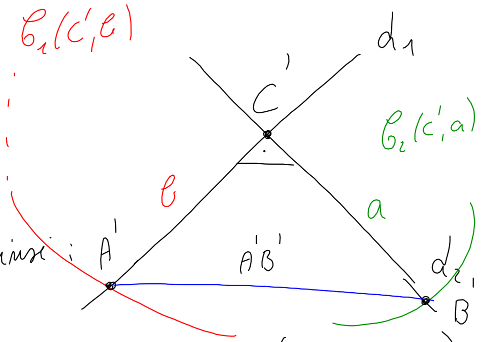
$b = AC$



et $c^2 = a^2 + b^2$

(T) $(AC) \perp (BC)$

(D) On construit le triangle $\Delta A'B'C'$ ainsi :



* $C' \in \mathbb{P}$
* $d_1 \ni C'$ et $d_2 \ni C'$ et $d_2 \perp d_1$ (axiome de l'équerre)
* le cercle $\mathcal{C}_1(C', b)$ et $A' \in \mathcal{C}_1 \cap d_1$ et $\mathcal{C}_2(C', a)$ et $B' \in \mathcal{C}_2 \cap d_2$ (axiome du compas)

Donc, le triangle $\Delta A'B'C'$ étant rectangle en C' par construction, on a, par Pythagore direct : $A'B'^2 = A'C'^2 + B'C'^2$

$\Leftrightarrow A'B'^2 = a^2 + b^2$

or, par (H), $a^2 + b^2 = c^2$ $(= AB^2)$

$\Longrightarrow A'B'^2 = c^2 \overset{alg.}{\Longrightarrow} A'B' = \cancel{\pm} c$ (car $A'B' > 0$)

Donc les triangles ΔABC et $\Delta A'B'C'$ sont semblables

car, thm 23 critère CCC : $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'} = 1$

(ces 2 triangles sont même isométriques)

donc on peut leur appliquer le critère AAA :

ainsi $\measuredangle B'C'A' = \measuredangle BCA$

et $(AC) \perp (BC)$ cqfd

Le théorème des arcs capables

expérience avec cabri

cours des angles à la page 85

AXIOME DE LA MESURE DES ANGLES (pour l'usage du rapporteur)

Soit $\mathcal{A}$ l'ensemble des angles.

On admet que l'on dispose d'une application $\mu : \mathcal{A} \to [0, 360]$

$\measuredangle\alpha \mapsto \mu(\measuredangle\alpha) = x$

satisfaisant aux conditions suivantes:

1 $\mu(\measuredangle\alpha) = 0 \Leftrightarrow \measuredangle\alpha = \measuredangle\omega$

2 $\mu(\measuredangle p) = 180$

3 $\mu(\measuredangle AOB) = \mu(\measuredangle AOC) + \mu(\measuredangle COB) \Leftrightarrow$ [AOC] et [COB] **sont adjacents**

4 μ **est bijective.**

Remarques

1 μ est une application. La mesure $\mu(\measuredangle\alpha)$ d'un angle $\measuredangle\alpha$ définie ci-dessus est un nombre réel x. Cette mesure est dite mesure en degré. Notation: $x°$.

remarques : la mesure d'un angle :

$$M_d(\sphericalangle S) = S \quad (\in [0, 360°])$$

Le théorème des arcs capables

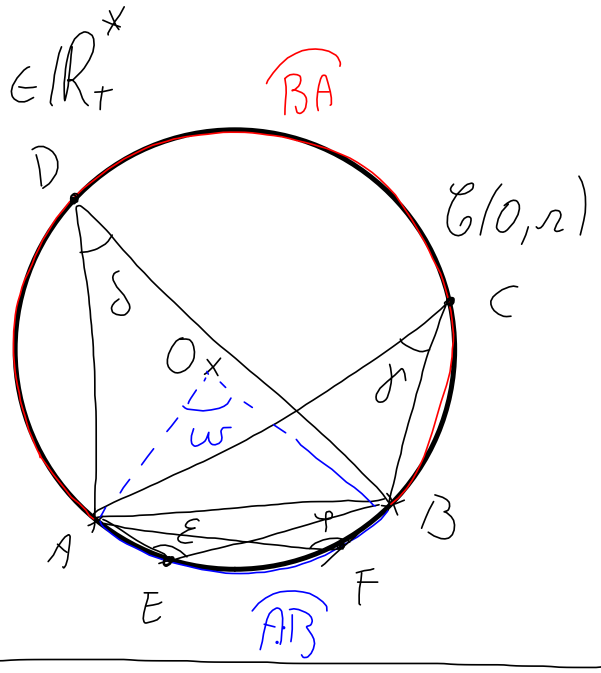
(H) un cercle $\mathcal{C}(O,r)$, $r \in \mathbb{R}_+^*$

$\{A,B\} \subset \mathcal{C}$

$\{C,D\} \subset \overset{\frown}{BA}$

$\sphericalangle BCA = \sphericalangle \gamma$

$\sphericalangle BDA = \sphericalangle \delta$



---

remarques : ① la mesure d'un angle :

$$\mathcal{M}_d(\sphericalangle \delta) = \delta \quad (\in [0, 360°])$$

② soit $\{E,F\} \subset \overset{\frown}{AB}$

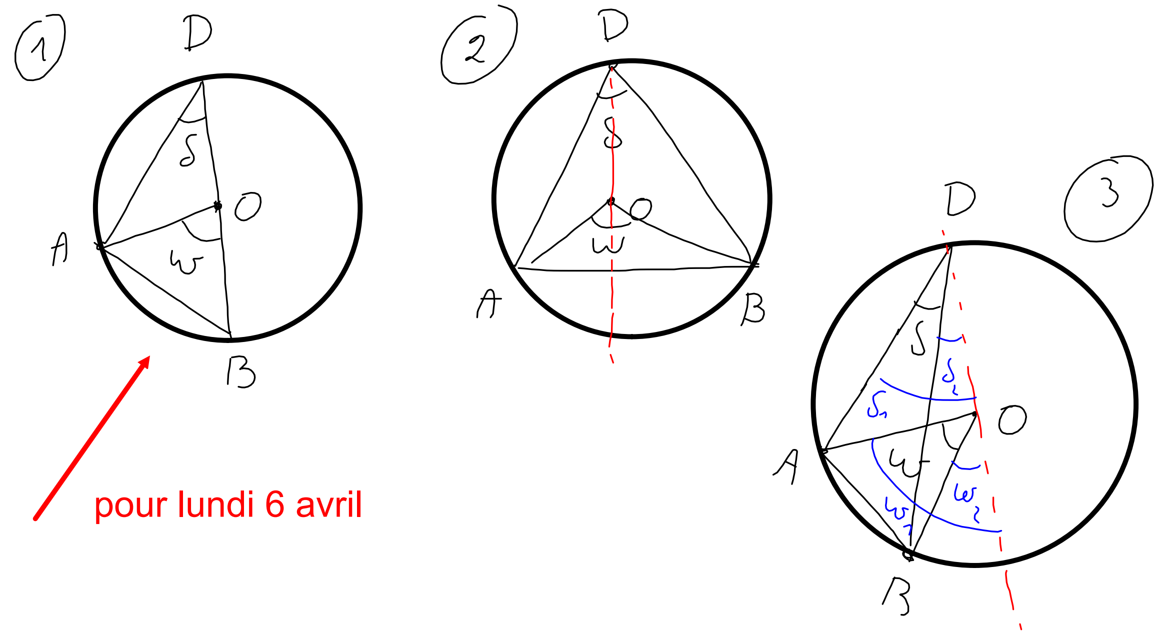
et $\sphericalangle AEB = \sphericalangle \varepsilon$

$\sphericalangle AFB = \sphericalangle \varphi$

(T) $\delta = \gamma$ (de même : $\varepsilon = \varphi$)

(D) pour y arriver on va démontrer que $\omega = 2\delta$

On va distinguer 3 cas de figure :


1
D
δ
O
A
ω
B
pour lundi 6 avril
2
D
δ
O
ω
A
B
3
D
δ
δ2
δ1
O
A
ω
ω2
ω1
B

Pièces jointes

- pytha-reciproque.fig
- thm de l'angle inscrit.fig