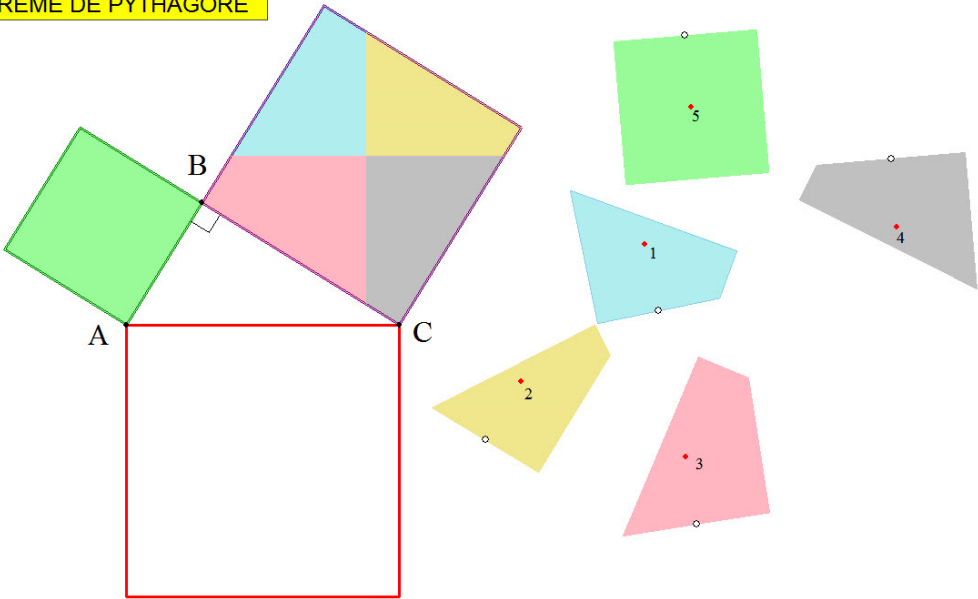


# Chapitre 6 : Pythagore      cours n°6

théorèmes connexes

THEOREME DE PYTHAGORE



reciproque de Pythagore : en français ...

(H) un triangle  $\triangle ABC$

$$a = BC$$

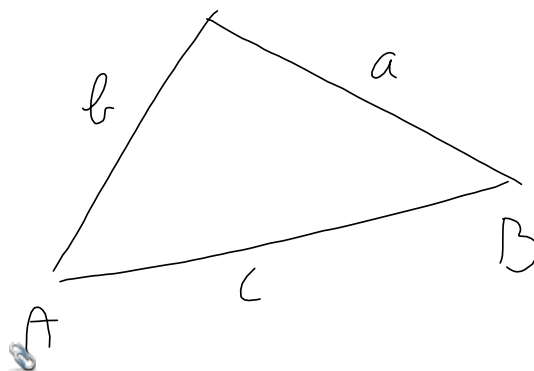
$$c = AB$$

$$b = AC$$

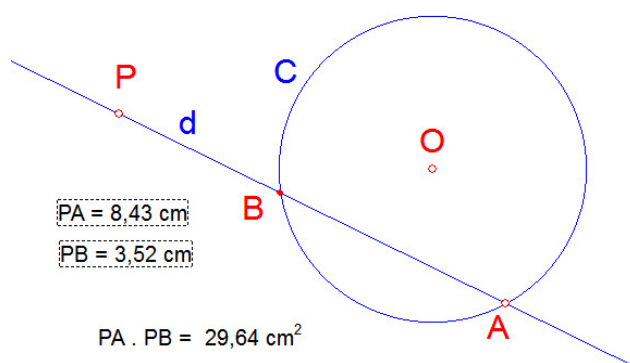
et  $c^2 = a^2 + b^2$

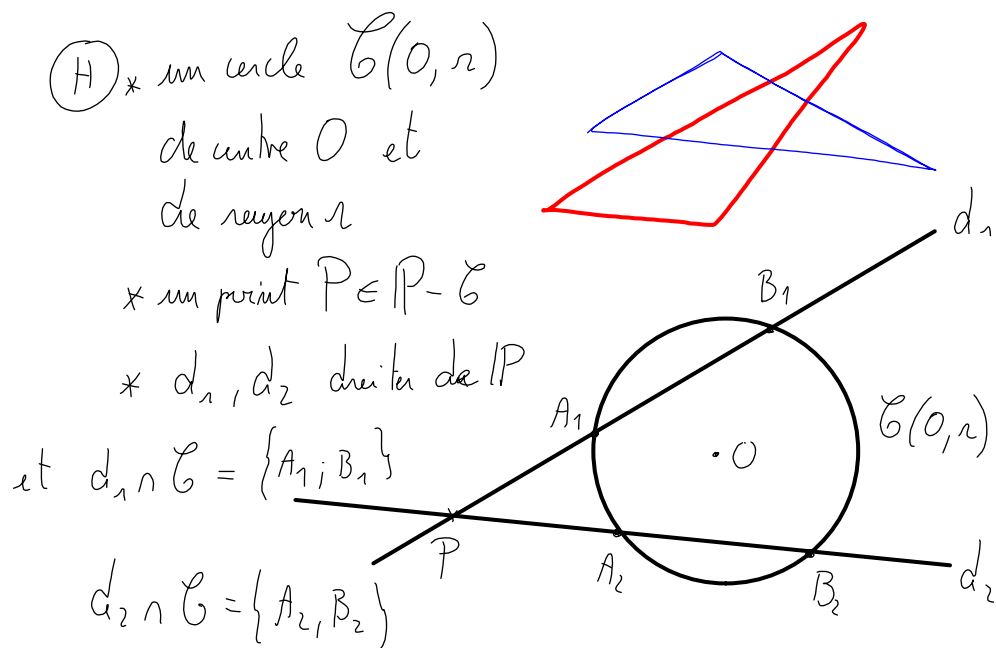
(T)  $(AC) \perp (BC)$

(D) recherche de la démonstration pour demain  
vendredi 3 avril



\* le théorème du produit constant





(T)  $PA_1 \cdot PB_1 = PA_2 \cdot PB_2$

(D) Soit les triangles  $\triangle PA_2B_1$  et  $\triangle PB_2A_1$   
 démontrons qu'ils sont semblables  
 avec le Thm 23 et le critère AAA :

1)  $\angle B_1PA_2 = \angle A_1PB_2$  (évident)

et 2)  $\angle A_2B_1P = \angle PB_2A_1$

donc on peut leur appliquer  
 le critère CCC du Thm :

$$\left( \frac{PA_2}{PA_1} = \frac{A_2B_1}{A_1B_2} = \frac{B_1P}{B_2P} \right) \left( \frac{\triangle PA_2B_1}{\triangle PB_2A_1} \right)$$

alg  
 $\Rightarrow PA_2 \cdot PB_2 = PA_1 \cdot PB_1$

q.f.d.

Cas particulier :

Soit  $\mathcal{C}(O, r)$

et  $P \in \mathbb{P} - \mathcal{C}$

et la droite  $t \ni P$

et  $t \cap \mathcal{C} = \{T\}$

et  $d \ni P$

et  $d \ni O$  et  $d \cap \mathcal{C} = \{A; B\}$

Avec le thm du produit constant :

$$PA \cdot PB = PT \cdot PT$$

$$\Leftrightarrow (PO - OA) \cdot (PO + OB) = PT^2$$

$$\Leftrightarrow (PO - r) \cdot (PO + r) = PT^2$$

$$\Leftrightarrow PO^2 - r^2 = PT^2$$

$$\Leftrightarrow PO^2 = PT^2 + OT^2$$

$$\Rightarrow (PT) \perp (TO)$$

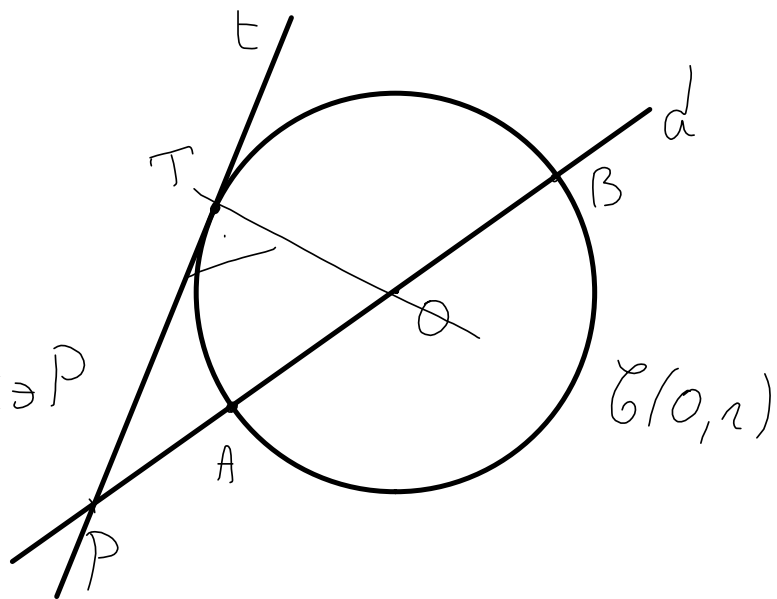
reciproque  
de Pythagore

axiome de la  
distance

(H)

$r = OT$  (H)

q.e.d.



## Pièces jointes

---



Pytha-puzzle.fig

pytha-reciproque.fig

produit-constant.fig